

Die Physik der klassischen Espressomaschine

Fachbereichsarbeit aus Physik

vorgelegt von Christoph von Berg 8B

betreut von Prof. Mag. Heimo Hergan, am BORG Dreierschützengasse im
Rahmen der Reifeprüfung 2004/2005

Vorwort

Die Anregung zu dieser Arbeit kam mir seltsamerweise nicht in einer Zeit in der ich guten Espresso getrunken habe, sondern während einem Ferialpraktikum bei der AVL List GmbH, wo ich viel Automatenkaffee getrunken habe. Dort habe ich Simulationsmethoden für die Vorgänge in Dieselmotoren kennengelernt und wollte dann auch etwas über die Funktion eines mir vertrauten Gerätes wissen. Die Herdespressokanne ist mir vertraut und braut mir seit Jahren guten Espresso. Diese einfache Maschine aus drei Teilen, die fast gänzlich aus dem selben Material bestehen, ist Thema dieser Arbeit.

Am Anfang waren viele meiner Mitschüler skeptisch, was man zu so einem gewöhnlichen Ding viel schreiben könne, oder wunderten sich überhaupt über das seltsame Thema. Dass ich die erforderlichen 40 Seiten füllen könnte, glaubte ich anfangs nicht ganz, dass es nun mehr als doppelt so viele sind, wundert mich nachdem ich mich in das Thema eingearbeitet hatte nicht mehr, man könnte noch unzählige Seiten mit immer detaillierteren Betrachtungen füllen.

Es hat mich fasziniert zu sehen, dass heute viele technische Vorgänge bis ins Detail aufgelöst werden können. Anfangs war die espressokanne für mich ein geschlossenes Gerät, in dem etwas passiert, durch diese Arbeit ist sie eine durchsichtige Maschine geworden. Während man das einfache Berechnungsverfahren noch mit einem Stift auf Papier berechnen kann, braucht man für die zeitliche Berechnung des Brühens bereits ein simples Computerprogramm und, um die Vorgänge in der Kaffeemaschine räumlich für jeden Quadratmillimeter zu simulieren, benötigt man viele Stunden Rechenzeit und komplizierte Software. Trotzdem ist das alles nicht unbegreifbar, sondern funktioniert nach physikalischen Gesetzen, die man größtenteils im Unterricht lernt. Die Physik und Mathematik, die den Schulstoff übersteigt, hat mir mein Vater nähergebracht, bei dem ich mich an dieser Stelle schon einmal bedanken möchte.

Neben den vielen Stunden vor dem PC hatte die Fachbereichsarbeit natürlich auch positive Aspekte. Die Fachbereichsarbeit hat mir gezeigt, dass Physik und Mathematik nicht nur abstrakte Schulfächer sind, sondern dass sie überall im Alltag anwendbar sind und einen Nutzen zum Verständnis der Welt haben. Auch meine anderen Familienmitglieder freuten sich über die FBA, da für die Füllstandsmessungen mehr Kaffee gekocht als getrunken wurde, und so gab es öfters Tiramisu mit „Messkaffee“.

Inhaltsverzeichnis

Formelverzeichnis	5
Einleitung	7
1 Wissenswertes zum Kaffee	8
1.1 Geschichte der Nutzung	9
1.2 Die Kaffeehauskultur	10
1.3 Weltweiter Handel	11
1.4 Biologie, Sorten, Anbau	12
2 Die klassische Espressokanne	14
2.1 Geschichte der Espressomaschine	14
2.2 Bauformen	15
3 Physikalische Beschreibung	16
3.1 Wirkungsweise	16
3.2 Physikalische Grundlagen und Modellannahmen	17
3.2.1 Die Darcy-Gleichung	17
3.2.2 Die ideale Gasgleichung	18
3.2.3 Modellvereinfachungen zur Berechnung	19
3.3 Einfaches mathematisches Rechenmodell	22
3.3.1 Berechnung der Aufheizzeit	22
3.3.2 Berechnung der Durchlaufzeit durch den Filter	23
3.3.3 Berechnung der Zubereitungszeit	29
3.4 Ergebnisse	29
3.4.1 Basisfall	30

3.4.2	Interessante Grenzfälle	32
3.4.3	Fall mit Berücksichtigung zusätzlicher Verluste	33
3.4.4	Rechenfall mit Berücksichtigung von örtlicher Verdichtung im Filter	35
3.5	Verbessertes Modell mit zeitlicher Auflösung	44
3.5.1	Berechnungsgleichungen für den zeitabhängigen Durchsatz	44
3.5.2	Numerisches Lösungsverfahren	46
3.5.3	Ergebnisse	49
4.	Experimente und Beobachtungen	52
4.1	Experimente zum Ermitteln der Porosität	53
4.2	Füllstandsmessungen	53
4.2.1	Optische Füllstandsmessungen	53
4.2.2	Elektrische Füllstandsmessungen	53
4.3	Beobachtungen	56
5	Programmablaufplan des Computerprogramms	57
6	Numerische Simulation mit dem Strömungsmechanikprogramm FIRE	62
7	Lebensmitteltechnische und lebensmittelchemische Gesichtspunkte	70
8	Zusammenfassung	74
9	Danksagung	77
10	Literaturverzeichnis	78
	Anhang: Listing des erstellten Computerprogramms	80

Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche	m ²
a	Steigung	-
b	Steigung	-
c _p	Spezifische Wärmekapazität	J/(kgK)
d	Durchmesser	m
d _{a0}	Aussendurchmesser Kannenoberteil unten	m
d _{a1}	Aussendurchmesser Kannenoberteil oben	m
d _{i0}	Innendurchmesser Kannenoberteil unten	m
d _{i1}	Innendurchmesser Kannenoberteil oben	m
h _d	Verdampfungswärme	J/kg
ΔH	Höhe	m
K	Permeabilität oder Durchlässigkeit	1/m ²
m	Masse	kg
\dot{m}	Massenänderungsrate	kg/s
n	Molanzahl	-
p	Druck	bar = 10 ⁵ Pa
Δp	Druckverlust	bar
\dot{Q}	Wärmestrom	W
R _d	Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf	J/(kgK)
R _{ges}	Gesamtwiderstand	Ohm
R _i	Einzelwiderstand	Ohm
R _{uni}	Universelle Gaskonstante	J/(kgK)
Re	Reynoldszahl	-
T	Temperatur	K
t	Zeit	s
u	Geschwindigkeit	m/s
V	Volumen	m ³
\dot{V}	Volumenstrom	m ³ /s
z	Ortskoordinate	m
Z	Realgasfaktor	-

Griechische Buchstaben

ε	Porosität oder Lückengrad	-
μ	Dynamische Zähigkeit	kg/(ms)
ρ	Dichte	kg/ m ³

Indices

a	Aufheizung
d	Dampf
D	Durchlauf
eff	Effektivwert
f	Filter
H	Herdplatte
h	Hydraulisch
k	Kanne
K	Kaffee
s	Sieden
sch	Schüttung
w	Wasser
z	Zubereitung
0	Umgebung

Einleitung

Die vorliegende Fachbereichsarbeit versucht, am Beispiel der klassischen Espressomaschine einen Einblick in die überall vorhandene Physik der Alltagsgegenstände zu geben.

Der Aufbau der Arbeit ist ein wenig dem Vorgang des Kaffeekochens nachempfunden. Zu Beginn werden geschichtliche, gesellschaftliche, wirtschaftliche sowie biologische Daten zum Ausgangsstoff, dem Kaffee, gegeben. Darauf folgt ein kurzer Einblick in die Geschichte der einfachen Maschine, die Kaffee und Wasser zum Endprodukt vereinigt, der Kaffeekanne. In diesem Kapitel werden auch der Aufbau und Bauformen näher beschrieben. Auf diesen allgemeineren Teil folgt der Hauptteil der Arbeit, die vereinfachte physikalische Beschreibung des Brühvorgangs. Nach der Diskussion der Ergebnisse werden einige Verbesserungen zur genaueren Berechnung der gewonnenen Ergebnisse gezeigt. Zur Bewertung der Resultate dienen in eigenen Versuchen gemessene Werte.

Das Berücksichtigen von Verlusten sowie der Verdichtung des Filters bringt deutliche Verbesserungen. Am realistischsten ist die zeitliche Berechnung der Kaffe Zubereitung. Die Ergebnisse werden in Form von zahlreichen Graphen besprochen und erläutert. Die Graphen wurden mit den Daten aus den Berechnungen, die aufgrund des großen Rechenaufwandes mit einem selbst geschriebenen Fortran-Programm gemacht wurden, erstellt. Als nächstes werden Erkenntnisse aus eigenen Experimenten sowie gemachten Beobachtungen gezeigt und die gewonnenen Werte mit den Ergebnissen des Rechenmodells verglichen.

Dem Rechenprogramm ist im Folgenden ein eigenes Kapitel gewidmet und für Interessierte gibt es ein Listing des Codes im Anhang.

Um den Brühvorgang mit einem professionelleren Programm zu berechnen, wurde die 3D Strömungsmechaniksoftware FIRE der AVL List GmbH verwendet, deren Ergebnisse in Form von Grafiken erklärt werden.

Als letztes folgt ein Kapitel über das Kaffeegetränk, seine Wirkung und Zusammensetzung.

1. Wissenswertes zu Kaffee

1.1 Geschichte der Nutzung

„Bei den Türken hat man eine Art von Gewächsen, welche sie abdörren und zu Pulver stoßen. Hernach in warmes Wasser tun, damit ein Trank daraus werde. Hiervon gedenken sie einen Mut und scharfe Sinne zu bekommen...“

Aus einem Reisebericht Anfang des 17. Jahrhunderts¹

„2-Tassen-Kaffee-Vollautomat, 3 frei speicherbare Tassenfüllmengen, Cappuccinatore mit Mengenfüllautomatik, Heißwasser mit Mengenautomatik, Super-Aroma-Vorbrühsystem, einstellbare Vorbrühzeit, Kaffee-Temperatur 5fach einstellbar, Sofort-Dampf... „

Beschreibung eines Kaffeevollautomaten Anfang des 21. Jahrhunderts²

Vom exotischen und verdammten Türkentrunk zum Alltagsgetränk mit einem weltweiten Konsum von 400 Milliarden Tassen im Jahr, hat sich die Bedeutung des Kaffees stark gewandelt.

Afrika ist neben der Wiege der Menschheit auch die Wiege des Kaffees. Es gibt viele Legenden über die Entdeckung des Kaffeegenusses.

Eine davon schreibt sie, ähnlich der Alkoholentdeckung in vergorenen Früchten, Tieren zu. Äthiopische Nomaden beobachteten, dass ihre Ziegen lebhaft herumsprangen und nicht müde wurden, nachdem sie von einem bestimmten Strauch gegessen hatten: dem Kaffeestrauch.

Das Wort Kaffee stammt ursprünglich von dem äthiopischen Wort „qahwa“, womit ein aus grünen Bohnen gebrautes Getränk bezeichnet wurde, und was soviel wie „aus Pflanzen gebrautes Getränk“ bedeutet.

Bereits 1000 v.Chr. bis 500 n. Chr. isst der Nomadenstamm der Oramas, der im Königreich von Kefa (dem heutigen Äthiopien) sesshaft war, zerstoßene Kaffeebohnen, mit Fett gemischt und zu Kugeln in Golfballgröße geformt, als Muntermacher.³

Um 600 n. Chr. gelangt Kaffee über das Rote Meer nach Arabien (das heutige Jemen), das lange Zeit eine Monopolstellung im Kaffeehandel inne hatte. Von dort breitet sich „der Wein des Islam“ rasch in der gesamten moslemischen Welt

¹ Vgl. Rainer Griebhammer, Wen macht die Banane krumm?. Kolonialwarengeschichten. Hamburg 1989, S.210

² Vgl. Saeco. Verkaufspreisliste 2004, S.8

³ Zur Geschichte des Kaffees vgl. allg. Ernesto Illy, Von der Bohne zum Espresso. In: Spektrum der Wissenschaft (Mai 2003), S.82-87, bes. S.85

aus. Im 14. Jahrhundert kennt man das aus gerösteten und zermahlenen Kaffeebohnen hergestellte Getränk bereits in weiten Teilen Afrikas. Ende des 15., Anfang des 16. Jahrhunderts bringen Moslemische Pilger Kaffeebohnen bei der Rückkehr aus Mekka in die Türkei, nach Ägypten und Syrien. In Konstantinopel, Damaskus und anderen Städten des nahen Ostens öffnen „arabische“ Kaffeehäuser. Dort lernen auch europäische Händler, vor allem Venezianer, das Getränk kennen.

1624 trifft die erste Schiffsladung Kaffee in Venedig ein, einem der damals bedeutendsten Mittelmeerhäfen.

Im Zuge der wachsenden Beliebtheit des östlichen Getränks wird Papst Clemens VIII. von seinen Beratern gedrängt, das Lieblingsgetränk der ungläubigen osmanischen Türken als „bitterschmeckende Erfindung des Satans“ zu verdammen. Stattdessen setzt sich das Kirchenoberhaupt mit seiner ganzen Autorität für den Kaffee ein und macht ihn so zu einem für Katholiken akzeptablen Getränk.

Die Kolonialmächte erkannten schnell die Bedeutung dieser Pflanze, die als Genussmittel rasch an Bedeutung gewann.

Es waren Niederländische Unternehmer, die 1616 den kommerziellen Kaffeeanbau mit einer aus dem Jemen stammenden Kaffeepflanze begannen. In Gewächshäusern wurde die Kaffeepflanze herangezüchtet und 1658 (nach anderen Quellen 1690) nach Ceylon und die ostindische Kolonie Java verschifft. Auf Sumatra wurde schon im 17. Jahrhundert der Plantagenanbau eingeführt.

1714 schenkt der Bürgermeister von Amsterdam dem französischen König Ludwig XIV eine Kaffeepflanze aus Java.

Drei Ableger dieser Pflanze erhält der französische Marineoffizier Gabriel Mathieu de Clieu unter fragwürdigen Umständen aus den Königlichen Botanischen Gärten und nimmt sie 1723 mit auf eine gefährliche Reise zur Karibikinsel Martinique, wo eine der Pflanzen gedeiht.

1727 soll Francisco de Melo Palheta, ein portugiesisch-brasilianischer Beamter, eigentlich nur einen Grenzstreit zwischen den beiden Kaffee anbauenden Kolonien Niederländisch- und Französisch-Guayana schlichten. Er nimmt jedoch die Gelegenheit wahr und schmuggelt einige Kaffeesetzlinge auf seine heimatischen Güter.

So zieht sich durch die Kolonien der Europäer bereits um 1800 ein weltweiter Kaffeegürtel um den Äquator.

Um 1850 wird Kaffee endgültig zum Volksgetränk. Die wohlhabenden Bürger genießen ihn morgens und nachmittags, während er von den ärmeren Schichten als eine Art Universalmahlzeit genutzt wird.⁴

Erst 1898 wird die heute zweitbedeutendste Kaffeesorte Robusta im großen Kongobogen in Afrika entdeckt. Heute liefert diese Kaffeesorte etwa 40 % der Weltproduktion.

⁴ Vgl. Kaffeebibliothek auf www.kaffeeverband.de

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts war Brasilien längst zum größten Kaffeeproduzenten der Welt geworden.

1905 erfindet der Bremer Kaffeeimporteur Ludwig Roselius unter dem Namen Kaffee Hag den koffeinfreien Kaffee.

1933 erfindet Alfonso Bialetti die Moka Express Herdkaffeekanne. Francesco Illy patentiert die erste automatische Espressomaschine.

1961 entwirft Ernesto Valente aus Foema den Prototyp der modernen Espressomaschine.

1.2 Die Kaffeehauskultur

Anfangs war der Kaffee ein exotisches Luxusgetränk des Adels, das erst mit dem Aufkommen des Bürgertums breiteren Volksschichten zugänglich wurde.⁵ Nach und nach entstanden in allen größeren europäischen Städten Kaffeehäuser. In Österreich entstanden die ersten Kaffeehäuser, nachdem die Türken vor Wien geschlagen waren und den Siegern unter anderem der Kaffee in die Hände fiel. Sie wurden zu Treffpunkten von Künstlern und Geschäftsleuten. So entstand z. B. aus dem Kreise des Lloyd's Coffeehouse in London die noch heute bestehende Versicherung.

Der Kaffeekonsum von Frauen wurde ähnlich dem Rauchen von Zigaretten Ausdruck des Willens nach Gleichberechtigung, da ihnen der Zutritt zu den Kaffeehäusern verwehrt war.

Während der Industrialisierung ersetzte der Kaffee zunehmend das Grundnahrungsmittel Bier der wachsenden armen Bevölkerungsschichten. Oft stand den ganzen Tag über das Kaffeegetränk zumeist in Form von Kaffeesuppe mit Brotbrocken auf dem Herd. Kaffee machte munter und arbeitstüchtig und unterdrückte das dauernde Hungergefühl. Die langen Schichten der Arbeiter ließen das Zubereiten vollwertiger und nahrhafter Mahlzeiten nicht zu, sie wurden durch die Kaffeepause ersetzt. Der teure Kaffee wurde oft mit Surrogaten, wie z.B. Zichorie, gestreckt.

Nach dem zweiten Weltkrieg war es ein Zeichen für den Aufschwung, sich wieder Kaffee leisten zu können.

Das Kaffeetrinken als Kommunikationsmittel ist bis heute erhalten, ob in weltweiten Franchiseketten oder beim Kaffeekränzchen, und ohne den Kaffee am Morgen würde wohl so mancher den Start in den Tag nicht schaffen.

⁵ Zur gesellschaftlichen Bedeutung des Kaffees vgl. Griebhammer, a.a.O., S.211

1.3 Weltweiter Handel

Nach Erdöl ist Kaffee das zweitwichtigste Welthandelsprodukt. In fast 80 Ländern der Erde wird die Kaffeepflanze angebaut und weltweit sind rund 25 Millionen Menschen direkt mit Kultivierung, Transport, Verarbeitung und Vertrieb von Kaffee beschäftigt.⁶

Die beiden wirtschaftlich gesehen bedeutendsten Sorten sind der geschmacklich geschätztere Arabica-Kaffee mit einem Marktanteil von ungefähr 60 Prozent, der hauptsächlich von Brasilien und Kolumbien gedeckt wird, und der widerstandsfähigere Robusta-Kaffee mit einem Anteil von knappen 40 Prozent, der zum Großteil in Äquatorialafrika, aber auch in Südostasien angebaut wird.⁷ Kaffeeanbau und –ernte erfordern intensive Handarbeit und wurden daher über lange Zeit mit Sklaven betrieben. Erst die auftauchenden Saisonarbeiter waren noch billiger als die Sklavenhaltung. Kaffee ist immer noch wie seit seiner Einführung eine Kolonialware. Fast alle Erzeugerländer sind sogenannte Dritte Welt Länder oder Schwellenländer, die den kleinsten Anteil des Verkaufspreises erhalten.⁸

Nach der Ernte erfolgt die erste Aufbereitung der Kaffeekirschen noch im Anbauland. Die Kaffeebohne wird vom Fruchtfleisch, dem Pergament- und dem Silberhäutchen befreit. Dazu gibt es zwei verschiedene Verfahren, das hochwertigere Nassverfahren, das mehrstufig zuerst mit maschinell Quetschen, dann mit Gärung zur Aufweichung der Fruchtfleisch- und Häutchenreste arbeitet, sowie das trockene Verfahren, bei dem die Kirschen bis zu 3 Wochen getrocknet und dann geschält werden. Beide Methoden liefern den grünen Rohkaffee, der ungeröstet exportiert wird, da er so beinahe unbegrenzt lagerfähig ist.

Es gibt Länder, deren Wirtschaftsstruktur beinahe ganz vom Kaffeepreis abhängig geworden ist, wie zum Beispiel Uganda, das 96 Prozent seiner Exporterlöse mit Rohkaffee bestreitet. Das Hauptanbaugebiet ist heute jedoch nicht mehr der Ursprungsort Afrika sondern Südamerika. Allein zwei Drittel der Rohkaffeeproduktion weltweit kommen aus Lateinamerika. Mit einem Anteil von 30 Prozent ist Brasilien das wichtigste Erzeugerland. Dort wurde die Sklaverei erst 1888 abgeschafft, nachdem sie für die Plantagenbesitzer zu teuer geworden war. Heute ist Brasilien das einzige Land in dem der Kaffee maschinell geerntet wird. Im Vergleich zu Industrieprodukten sinkt der Preis für Kaffee beständig. Durch den Preisverfall sind die Länder zur Überschussproduktion oder zur Vernichtung ganzer Ernten gezwungen, was die Preise weiter fallen lässt. Ernteschäden durch Schädlinge oder Frost schlagen sich in den Verbrauchsländern massiv im Preis nieder und sind für die

⁶ Vgl. www.wdr.de (Hintergrundinformation zur Fernsehsendung Quarks & Co mit dem Thema „Faszination Kaffee“ im WDR vom 07.10.1997)

⁷ Vgl. www.kaffeeverband.de

⁸ zur Kolonialware Kaffee vgl. Griebhammer, a.a.O., S.222

Anbauländer und die Kleinbauern und Plantagenarbeiter, die im Idealfall ohnehin nur fünf Prozent des Verkaufspreises erhalten, existenzbedrohend. Um den Kaffeepreis zu stabilisieren, wurde die Internationale Kaffee Organisation IOC gegründet, der zahlreiche Anbau- und auch einige Verbraucherländer angehören. Diese Organisation garantiert allerdings keine fairen Preise für die Ärmsten in der Kaffeeherstellung. Dafür kann man als Konsument selbst etwas beitragen, indem man fair gehandelten Kaffee kauft. Der EZA Arabica-Espresso, der meistens für die Experimente verwendet wurde, ist in den Grazer Weltläden erhältlich.

1.4 Biologie, Sorten, Anbau

Die zur Familie der Rubiaceae (Rötel oder Krappgewächse) gehörende Kaffeepflanze umfasst ungefähr 66 Arten der Gattung *Coffea*. Von wirtschaftlicher Bedeutung sind die Sorten *Coffea arabica* und *Coffea canephora*, auch *C. robusta* genannt.⁹ Beide Sorten gedeihen in den Tropen, wobei der geschmacklich geschätztere Arabica-Kaffee in Höhenlagen von 600 bis 1800 m und der widerstandsfähigere und ertragreichere Robusta-Kaffee eher im Tiefland gedeiht.

Wildwachsende Kaffeebäume können eine Höhe von bis zu 15 Metern erreichen. Für den Plantagenanbau werden sie jedoch auf ca. zwei Meter Höhe gestutzt. Nachdem die vorgezogenen Setzlinge eingepflanzt und die Kaffeepflanze 3-5 Jahre intensiv gepflegt wurde, sind erste Ernten möglich. Aus den in den Blattachsen der Seitenzweige entstehenden, dichten Blütenbüscheln entwickeln sich nach acht bis elf Monaten die Kaffeekirschen. An einem Zweig können sowohl Blüten als auch unterschiedlich reife Früchte hängen (vgl. Abb. 1), da die Kaffeepflanze Vor-, Haupt- und Nebenblüte hat, weshalb in den meisten Anbauländern über mehrere Monate hinweg von Saisonarbeitern händisch geerntet wird. In der Kirsche liegen mit den flachen Seiten zueinander zwei Kaffeebohnen, die von zwei Häuten umschlossen sind, die bei der Weiterverarbeitung entfernt werden müssen.

Kaffeepflanzen sind sehr anspruchsvoll und benötigen in kleinem Wachstumsstadium gegebenenfalls Sonnen- oder Windschutzpflanzungen sowie ständige Pflege. Nach 20-40 Jahren gehen die Erträge einer Plantage stark zurück, da der Boden durch die Monokultur ausgelaugt wird.

⁹ Vgl. Illy, a.a.O., S.83



Abb.1: Die Kaffeepflanze¹⁰

¹⁰ Zu dieser Abb. vgl. linker Teil www.hotfilter.de/kaffee/pflanzen.html, rechter Teil www.espressofactory.de/kaffeewelt.html

2. Die Klassische Espressokanne

2.1 Geschichte der Espressomaschine

Die Moka Express Herdkaffeekanne, die in Abb. 2 zu sehen ist, wurde 1933 von Alfonso Bialetti in Italien erfunden.¹¹ Eine Zeit, die große soziale, politische, technologische und wirtschaftliche Veränderungen für Italien brachte, die Zeit des Faschismus unter Mussolini.

Ausdruck des Drangs Italiens nach Fortschritt in die Ära der Moderne, ist die Verbindung zweier auf den ersten Blick sehr verschieden wirkender Materialien: Koffein und Aluminium.

Beide sind jedoch Symbole der Moderne, man verbindet Leichtigkeit, Geschwindigkeit und Mobilität, Stärke und Energie mit ihnen. Koffein und Aluminium wurden beide Mitte des 19. Jahrhunderts isoliert bzw. entdeckt. In Italien war es das faschistische Regime, das Aluminium, den Werkstoff der Luftfahrt, zum Nationalmetall erhob.

Auch der Kaffee wurde als Nationalsymbol gesehen, da Italien zu dieser Zeit Äthiopien, einen der damaligen Hauptproduzenten von Kaffee, besetzt hatte.

Alfonso Bialetti, der kurze Zeit in Frankreich in der Aluminiumindustrie tätig war, gründete sein eigenes Geschäft 1918 in einer Gegend Italiens, die noch heute als ein Zentrum für die Herstellung von Metallhaushaltswaren gilt. Bialetti beobachtete die Waschmethoden der örtlichen Frauen. Sie erhitzten Wasser in Kesseln mit einem Rohr in der Mitte, durch das das Seifenwasser durch Dampfbildung und Verdrängung hinaufgeschoben und über die Wäsche im oberen Tank verteilt wurde. Er erkannte, dass es mit diesem Prinzip möglich sein müsste, espressoähnlichen Kaffee zu kochen.

Zur gleichen Zeit arbeiteten andere Italiener daran, Kaffeemaschinen zu konstruieren, die mit höherem Dampfdruck arbeiteten. Ihre Konzepte waren riesige Ungetüme, die oft mit Dampflokomotiven verglichen wurden und brauchten noch Jahre, bis sie reif für den Markt waren. Bialettis Kaffeemaschine war kompakt, simpel und erschwinglich.

Konzipiert ist die Moka Express für die in Italien üblichen Gasherde. Auf Elektroherden treten aufgrund der kleinen Grundfläche große Wärmeverluste auf, was auch im Rechenmodell berücksichtigt wurde.

Mit dem Slogan, dass jedermann zuhause ohne das Wissen eines Barista einen Kaffee wie in den weit verbreiteten Kaffeehäusern („in casa un espresso com al bar“) brühen konnte, verkaufte Bialetti selbst 10 000 Espressokannen pro Jahr auf Marktständen.

Während des zweiten Weltkrieges kam das Geschäft Alfonso Bialettis zum Erliegen. Erst sein Sohn Renato, der aus einem Kriegsgefangenenlager aus

¹¹ zur Geschichte der Moka Expresskanne vgl. www.ineedcoffee.com

Deutschland zurückkehrte, schaffte es, die Erfindung seines Vaters mit Hilfe einer massiven Werbekampagne erfolgreich zu vermarkten. Er konzentrierte die ganze Fertigung des Betriebes auf die Moka Express, und stellte im Windschatten des Nachkriegbooms bald 1000 Espressokannen pro Tag her. 1953 erfand Renato Bialetti das Firmenmaskottchen, den „omino con i baffi“, den kleinen Mann mit dem Schnurrbart, eine Karikatur seines Vaters Alfonso Bialetti.

Von 1950 bis heute wurden über 200 Millionen Espressokannen produziert, und die kleine achteckige Kanne hat sich zu einem regelrechten Kultobjekt entwickelt.¹² 90 Prozent der italienischen Haushalte besitzen mindestens eine davon.

Die Moka Express wurde unzählige Male kopiert und zählt zusammen mit der Vespa und anderen klassischen Produkten zu den Meisterstücken italienischen Industriedesigns des 20. Jahrhunderts.



Abb. 2: Moka Express¹³



Abb.3: Aufbau¹⁴

2.2 Bauformen

Der Aufbau der Herd-Espressokanne „Moka Express“ ist in Abb. 3 dargestellt. Sie besteht aus einem Tank mit Überdruckventil, der mit Wasser gefüllt wird. Das Sicherheitsventil ist über der Befüllhöhe angebracht und öffnet bei 3-4 bar. In den Wassertank wird das trichterförmige Kaffeesieb gehängt, dessen Rohr den Boden fast berührt.

Auf diesen unteren Teil der Espressokanne, wird der obere Teil aufgeschraubt, der mit einem Gummiring abdichtet. Der Gummiring fixiert das obere Sieb, das verhindert, dass das Kaffeepulver aus dem Filter hinaus geschwemmt wird. Nun mündet ein Steigrohr im Zentrum in den Auffangbehälter für den fertigen

¹² Vgl. www.bialetti.it

¹³ Zu dieser Abb. vgl. ebda

¹⁴ Zu dieser Abb. vgl. www.inneedcoffee.com

Kaffee, das bis knapp unter den Deckel ragt. Es ist nur zu den beiden Seiten hin offen, damit der Kaffee in der Endphase des Überströmens, bei der das typische Fauchen hörbar ist und schaumiger Kaffee und Dampf aus dem Rohr spritzen, nicht vorne durch die Einschenksschnaupe entweicht.

Neben der klassischen, achteckigen Moka Express aus Aluminium, gibt es auch Modelle aus Edelstahl und Glas. Ausserdem gibt es von Bialetti das Modell “Brikka”, das am Ende des Steigrohrs ein zusätzliches Ventil hat, das erst bei für Espresso empfohlenen Drücken öffnet. Diese Herd-Espressokanne erzeugt sogar eine Schicht Crema auf dem Kaffee.¹⁵

3. Physikalische Beschreibung

3.1 Wirkungsweise

Das Brühen eines Kaffees mit der Herd-Espressokanne beruht auf einfachen physikalischen Vorgängen, die in Abb. 4 veranschaulicht sind.

Die Herdplatte gibt über Wärmeleitung Wärme an das Wasser im unteren Teil der Kaffeekanne weiter. Bei Erreichen der Siedetemperatur steigen Dampfblasen auf, die den Raum über dem Wasserspiegel füllen, und so das Wasser verdrängen. Das Wasser wird über das beinahe bis auf den Grund des unteren Wassertanks reichende Rohr durch das mit Kaffeepulver gefüllte, trichterförmige Sieb gepresst. Dort werden verschiedene Inhaltsstoffe gelöst und das Kaffeeextrakt steigt langsam in das obere Reservoir.¹⁶

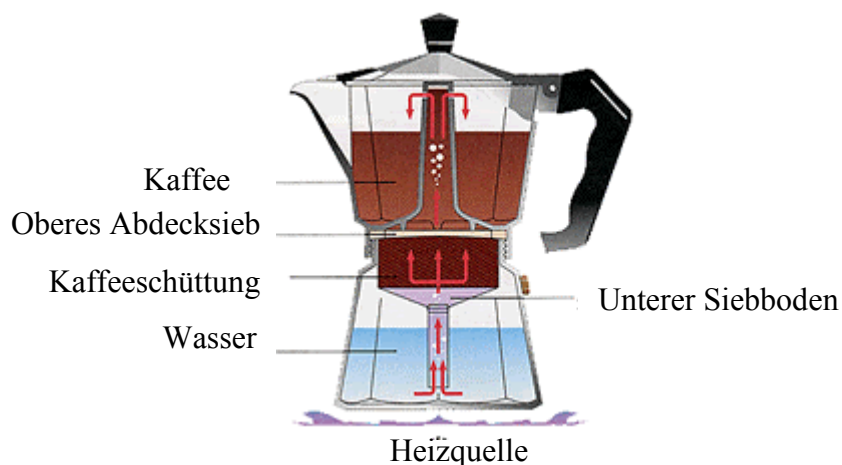


Abb.4. Wirkungsweise¹⁷

¹⁵ Vgl. www.bialetti.it

¹⁶ Vgl. <http://de.wikipedia.org/wiki/Espressokanne>

¹⁷ Zu dieser Abb. vgl. www.rakuten.co.jp

3.2 Physikalische Grundlagen und Modellannahmen

3.2.1 Die Darcy Gleichung

Weil der bestimmende Vorgang für die Kaffeezubereitung in der Espressomaschine der Strömungswiderstand in der Kaffeeschicht ist, wird das zugehörige Widerstandsgesetz näher erklärt.

Widerstandskräfte in Strömungen treten überall auf. Zum Beispiel in Rohrleitungen und in jedem Organ des Körpers findet dieser Vorgang statt. In allen Filtern, auch dem Kaffeefilter, und im unterirdischen Sicken von Grundwasser tritt ein Strömungswiderstand auf.

Dieser Strömungswiderstand ist eine Kraft, die nicht direkt messbar ist, wenn das durchströmte Medium zu komplex ist, da sie sich aus unzähligen Einzelkräften zusammensetzt, die im Detail unmöglich zu betrachten sind. Daher beschreibt man ihn durch Messung des Druckverlusts zwischen Ein- und Austrittsquerschnitt des betrachteten Strömungsgebietes.

Für poröse Medien hat der französische Ingenieur Henry P. G. Darcy (1803-1858) anhand von Untersuchungen in Grundwasserströmungen das nach ihm benannte Gesetz gefunden.¹⁸

Die einem Brunnen entnehmbare Wassermenge \dot{V} in m^3 / s , die als Ergiebigkeit oder Volumenstrom bezeichnet wird, ergibt sich demnach aus folgenden Größen:

- Dem als Permeabilität bezeichneten Durchlässigkeitsbeiwert K des Grundwasser leitenden Untergrundes
- Der angeströmten Querschnittsfläche A
- Dem Druckverlust Δp
- Der Höhe des durchströmten Mediums ΔH

$$\dot{V} = \frac{KA}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta H} \quad (1)$$

Durch Umformen nach dem Druckverlust Δp und dem Umbenennen der einzelnen Faktoren in die für das später vorgestellte Rechenmodell gewählten Bezeichnungen, erhält man folgende Form des Darcyschen Gesetzes:

$$\Delta p = \frac{\mu_f \dot{V}_f}{K \cdot A_f} \cdot \Delta H_f \quad (2)$$

¹⁸ Vgl. Brockhaus Enzyklopädie. In 24 Bänden. Bd 5. Mannheim 1990, S.134

3.2.2 Die ideale Gasgleichung

Die allgemeine Gasgleichung, oder auch thermische Zustandsgleichung, stellt den Zusammenhang zwischen Druck, Volumen, Stoffmenge und Temperatur eines Gases her.¹⁹

Sie gilt besonders gut bei hohen Temperaturen und niedrigen Drücken. Für reale Gase werden normalerweise genauere Zustandsgleichungen verwendet, wie die Van der Waals Gleichung, oder es wird die ideale Gasgleichung mit einem Beiwert, dem sog. Realgasfaktor Z , multipliziert. Die Gasgleichung lautet in ihrer allgemeinen Form mit Realgasfaktor:

$$p \cdot V = n \cdot R_{uni} \cdot T \cdot \frac{1}{Z} \quad (3)$$

Der Realgasfaktor ist von der Gasart abhängig und findet sich in Tabellenwerken, wie z.B. dem VDI Wärmeatlas. Für Wasserdampf bei 1 bar und Siedetemperatur findet man dort $Z=0.986$, bei 4.75 bar und der dazugehörigen Sättigungstemperatur von 423 K bekommt man etwa $Z=0.956$.²⁰ Demnach ist dieser Faktor unter den in der espressokanne herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen nahe 1, so dass die gewöhnliche Gasgleichung verwendet werden kann.

¹⁹ Vgl. Basiswissen. Physik-compact. Hrsg. v. Albert Jaros. Wien 2001, S.45

²⁰ Vgl. VDI-Wärmeatlas (Tabellenteil). CD-ROM, 8.Auflage. Berlin Heidelberg 1997

3.2.3 Modellvereinfachungen zur Berechnung

Um die Berechnung der Zubereitungszeit mit den vorhandenen mathematischen und physikalischen Kenntnissen durchführen zu können, wurden folgende Vereinfachungen vorgenommen:

- Es wurden zunächst zeitliche und räumlich konstante Werte für den Wärmestrom aus der Herdplatte, für die Verdampfungsrate und für den Volumenstrom, mit dem der Kaffee durch den Filter fließt, angenommen
- Alle Stoffwerte sollen ebenfalls konstant sein. Sofern, sie temperaturabhängig sind (Viskosität, Verdampfungswärme), wird ein fixer Wert bei der Siedetemperatur verwendet.
- In der Gasgleichung wird nur die Druckabhängigkeit als Haupteinflußgröße betrachtet. Die Siedetemperatur wurde bei 373 K konstant gehalten, bei 5 bar beträgt sie aber etwa 423 K, woraus sich ein Fehler von ungefähr 13% ergibt.²¹
- Wärmeverluste werden über pauschale prozentuale Verluste erfasst.
- Alle Druckverluste durch Änderung der Strömungsquerschnitte, Ein- und Ausströmvorgänge oder Beschleunigung sollen klein sein gegenüber dem Druckverlust in der Kaffeeschüttung. Daher ist dieser Druckverlust bestimmend für den Druck, der sich im Kannenunterteil aufbaut und der den Durchsatz durch den Filter bestimmt.
- In der Berechnung des Druckverlusts wurden Auswirkungen von Turbulenz und Umströmung der Partikel vernachlässigt. Diese wurden zum Beispiel von Forchheimer²² oder Ergun²³ berücksichtigt und führen zu Beiträgen im Druckverlustgesetz, die vom Quadrat der Filtergeschwindigkeit bzw. des Volumenstroms abhängen. Brauer gibt als Kriterium für die Einbeziehung dieser Effekte eine mit der Porosität modifizierte Reynoldszahl

$$\text{Re} = \frac{1}{1 - \varepsilon} \frac{u_f d \rho_w}{\mu} \quad (4)$$

oberhalb von 170 bis 250 an. Setzt man typische Werte der Espressozubereitung ein ($u=0.002$ m/s, $d=0.0004$ m, $\varepsilon = 0.5$, $\rho_w = 1000$ kg/m³, $\mu = 0.0003$ kg/ms), so erhält man einen Wert von ungefähr 50. Deshalb werden diese Effekte vernachlässigt.²⁴

²¹Vgl. ebda

²²Vgl. Akira Nakayama. PC-Aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow. Boca Raton 1995, S.107

²³Vgl. H. Brauer, Grundlagen der Mehrphasenströmungstechnik. Aarau und Frankfurt 1971, S.433

²⁴Vgl. ebda, S.430

Die in Abb. 5 angegebene Skizze zeigt ein stark vereinfachtes Bild der Espresso-Maschine, das den Berechnungen zugrunde liegt, sowie einige wichtige Modellvariablen. In den Tabellen 1 und 2 sind die verwendeten Stoffwerte und Materialeigenschaften sowie die Abmessungen, Volumina und Massen der Bestandteile der untersuchten Bialetti-Maschine zusammengestellt.

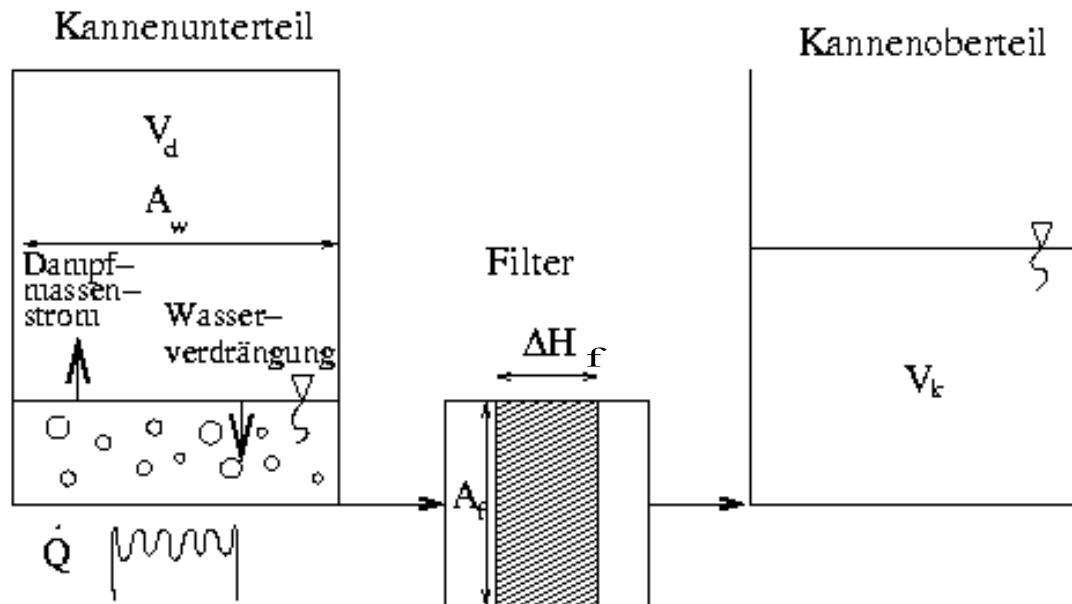


Abb.5: Skizze zur vereinfachten Funktionsweise der Kaffeemaschine

Größe	Formel- zeichen	Werte	Einheiten
Heizleistung	\dot{Q}	600 / 1200	W
Umgebungstemperatur	T_0	293	K
Siedetemperatur	T_S	373	K
Dichte von Wasser	ρ_w	1000.	kg/m ³
Spez. Wärmekapazität von Wasser	cp_w	4185.	J/(kgK)
Spez. Wärmekapazität von Aluminium (Kanne)	cp_k	900.	J/(kgK)
Dynamische Viskosität von Wasser bei 373 K	M	0.00028	kg/(ms)
Verdampfungswärme von Wasser bei 373 K	h_d	$2.27 \cdot 10^6$	J/kg
Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf	R_d	462.	J/kgK
Umgebungsdruck	p_0	1	bar

Tab.1 : Stoffwerte und Materialeigenschaften

Größe	Formel- zeichen	Werte	Einheiten
Filterhöhe	ΔH_f	0.03	m
Durchmesser des Kannenbodens	d_k	0.1	m
Filterdurchmesser	d_f	0.06	m
Wasservolumen (Inhalt Kannenunterteil)	V_w	0.000325	m ³
Masse Kannenunterteil	m_{ku}	0.28	kg
Masse Filter	m_{kf}	0.028	kg
Masse Kannenoberteil (nicht verwendet)	m_{ko}	0.3	kg
Herdplattendurchmesser	d_H	0.15	m

Tab.2: Abmessungen, Volumina und Massen

3.3 Einfaches mathematisches Rechenmodell

3.3.1 Berechnung der Aufheizzeit

Die Aufheizzeit erhält man aus einer Energiebilanz für die Wassermenge, die durch den Wärmestrom aus der Heizplatte aufgeheizt wird. Dabei ist auch noch die Aufheizung der Kanne zu berücksichtigen. Der zugeführte Wärmestrom \dot{Q} aus der Herdplatte bewirkt eine zeitliche Änderung des Wärmeinhalts von Wasser und Kanne. Da nicht die ganze Kanne auf die Siedetemperatur des Wassers aufgeheizt wird, wird nur die halbe Masse des Kannenunterteils in der Energiebilanz berücksichtigt. Weil die Heizplatte einen grösseren Querschnitt als der Kannenboden hat, wird eine effektive Heizleistung verwendet. Diese wird durch Korrektur der Nennheizleistung der Herdplatte mit dem Flächenverhältnis von Platte zu Kannenunterseite ermittelt. Weiter wird ein Wirkungsgrad η von 80 % aufgrund von Wärmeverlusten im Kochfeld angenommen.

Dadurch ergibt sich die effektive Heizleistung zu

$$\dot{Q}_{eff} = \eta \dot{Q} \frac{d_k^2}{d_H^2} \quad (5)$$

Die Energiebilanz besagt, dass sich der Energieinhalt der wassergefüllten Kanne pro Zeiteinheit entsprechend der zugeführten Heizleistung ändert. Sie lautet

$$\frac{(m_w c_{pw} + 0.5 m_k c_{pk}) \Delta T}{\Delta t} = \dot{Q}_{eff} \quad (6)$$

Daraus erhält man dann mit $\Delta t = t_a$ und mit der Temperaturdifferenz $\Delta T = (T_s - T_o)$ durch Umstellen nach der Aufheizzeit t_a

$$t_a = \frac{(m_w c_{pw} + 0.5 m_k c_{pk}) (T_s - T_o)}{\dot{Q}_{eff}} \quad (7)$$

3.3.2 Berechnung der Durchlaufzeit durch den Filter

Zur Berechnung der Durchlaufzeit wird angenommen, dass die Siedetemperatur im Kannenunterteil bereits erreicht ist und das Wasser nun verdampft, wozu die gesamte zugeführte Wärme verwendet wird.

Aus der Heizleistung und der Verdampfungsenthalpie ergibt sich die Änderung der Dampfmasse .

$$\dot{m}_d = \frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} \quad (8)$$

Die Verdampfungsenthalpie, oder auch latente Wärme, ist die Energie, die benötigt wird um ein Kilogramm Dampf zu erzeugen.²⁵ Die Verdampfungsenthalpie für verschiedene Stoffe kann man aus Stoffwertetabellen entnehmen. Bei Annahme konstanter Heizleistung und konstanter Verdampfungsenthalpie ergibt sich dann auch eine konstante Verdampfungsrate.

Die Masse eines Stoffes kann auch durch Dichte mal Volumen ausgedrückt werden.

$$m_d = \rho_d \cdot V_d \quad (9)$$

Dadurch erhält man die Änderungsrate des Dampf Volumens zu

$$\dot{m}_d = \rho_d \cdot \dot{V}_d \quad (10)$$

Zur Vereinfachung wird in Gl.(10) zunächst angenommen, dass die Dichte konstant ist. Die Volumenänderung ist mit der Höhenänderung des Wasserspiegels bzw. mit dessen Absinkgeschwindigkeit verknüpft. Demnach ist \dot{V}_d auch gleich der Änderungsrate des Wasservolumens \dot{V}_w im Kannenunterteil und das ist wiederum gleich dem dem Volumenstrom \dot{V}_f , der durch den Filter tritt (wegen Kontinuität).

Nun kann man Gleichung (8) und (10) gleichsetzen und erhält daraus folgende Formel:

$$\frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} = \rho_d \cdot \dot{V}_d = \rho_d \cdot \dot{V}_f \quad (11)$$

²⁵ Vgl. Basiswissen. Physik-compact, a.a.O., S.69

Bekannt sind die Heizleistung \dot{Q}_{eff} und die Verdampfungsenthalpie h_d . Die Dampfdichte kann man aus der thermischen Zustandsgleichung für ideale Gase berechnen²⁶. Die allgemeine Form der Zustandsgleichung lautet:

$$p \cdot V = n \cdot R_{uni} \cdot T \quad (12)$$

Wobei p der Druck, n die Anzahl der Mole, R_{uni} die universelle Gaskonstante, die für jedes beliebige Gas gilt, und T die absolute Temperatur ist.

Durch Einsetzen von $V = \frac{m}{\rho}$ erhält man:

$$\frac{p \cdot m}{\rho} = n \cdot R_{uni} \cdot T \quad (13)$$

Durch Umformen erhält man daraus folgende Gleichung für die Gasdichte:

$$\rho = \frac{p \cdot m}{n \cdot R_{uni} \cdot T} \quad (14)$$

Die Formel stellt einen Zusammenhang zwischen Dichte, Druck, Stoffmenge und Temperatur her. Unter Verwendung der individuellen Gaskonstante für

Wasserdampf $R_d = \frac{R_{uni} \cdot n}{m}$ erhält man die Gleichung:

$$\rho_d = \frac{p}{R_d \cdot T} \quad (15)$$

Setzt man die Dampfdichte nach Gleichung (15) in Gleichung (11) ein, so erhält man:

$$\frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} = \frac{p}{R_d \cdot T} \cdot \dot{V}_f \quad (16)$$

Unbekannt ist nun lediglich der Druck, für die Temperatur setzt man die Siedetemperatur T_s ein. Der Druck setzt sich aus dem Aussendruck und dem Druckverlust im Filter zusammen.

$$p = p_0 + \Delta p_f \quad (17)$$

Zum Überströmen des Wassers muss der Druck im unteren Reservoir mindestens so groß sein, dass er den Druckverlust im Filter und den Aussendruck überwindet.

Nun kann man mit Hilfe der Darcy-Gleichung den Druckverlust berechnen.

²⁶ Vgl. ebda, S.45

$$\Delta p = \frac{\mu \cdot \dot{V}_f}{K \cdot A_f} \cdot \Delta H_f \quad (18)$$

Setzt man nun die Gleichung (18) in (16) ein, so erhält man folgende Beziehung:

$$\frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} = \frac{\left(p_0 + \frac{\mu \cdot \dot{V}_f}{K \cdot A_f} \cdot \Delta H_f \right) \cdot \dot{V}_f}{R_d \cdot T_s} \quad (19)$$

Durch Umformen der Gleichung ergibt sich eine Gleichung 2. Grades für den Volumenstrom durch den Filter

$$\dot{V}_f^2 \cdot \left(\frac{\mu}{K} \cdot \frac{\Delta H_f}{A_f} \right) + p_0 \dot{V}_f - \frac{\dot{Q}_{eff} \cdot R_d \cdot T_s}{h_d} = 0 \quad (20)$$

Diese lässt sich mit der großen Auflösungsformel lösen.

Ein wichtiger Faktor in der Darcy Gleichung ist die Permeabilität oder Durchlässigkeit. Für viele Stoffe lässt sich dieser Wert aus Stoffwertetabellen entnehmen, für Kaffee gibt es keine Angaben. Für den Fall von Kugelschüttungen mit einheitlichem Durchmesser lässt sie sich aber aus folgender Formel von Carman-Kozeny errechnen:²⁷

$$K = \frac{1}{180} \cdot \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} \cdot d^2 \quad (21)$$

Die Durchlässigkeit ist umso größer, desto größer der Teilchendurchmesser d und desto größer die Porosität ε ist. In Abb. 6 ist der Verlauf der Durchlässigkeit nach Gleichung (21) mit zunehmendem Teilchendurchmesser für verschiedene Porositäten dargestellt. Wegen der großen Abstände zwischen den Kurven wurden die Graphen in logarithmischer Skalierung dargestellt (in der Achsenbeschriftung steht e für Exponent, d.h. $1.e-08 = 10^{-8}$).

²⁷Vgl. Nakayama, a.a.O., S.107

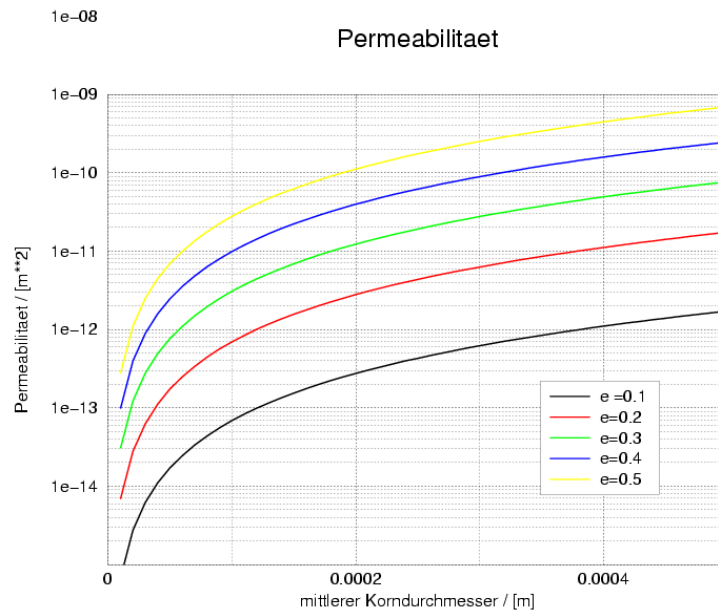


Abb.6: Änderung der Permeabilität

Die Porosität kann aus der Schüttdichte $\rho_{sch} = \rho_K (1 - \varepsilon) + \rho_g \cdot \varepsilon$ und der Kaffeedichte ρ_K bestimmt werden, wenn man die Gasdichte ρ_g als kleine Größe vernachlässigt.

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{sch}}{\rho_K} \quad (22)$$

Die Schüttdichte ergibt sich durch Wägung einer Filterfüllung und aus dem Filtervolumen, das dem Volumen der Schüttung entspricht

$$\rho_s = \frac{m_K}{V_f} \quad (23)$$

Die Kaffeedichte kann mit dem reinen Kaffeevolumen, das durch einen Verdrängungsversuch im Messkolben (Archimedisches Prinzip) ermittelt wurde, berechnet werden

$$\rho_K = \frac{m_K}{V_K} \quad (24)$$

Setzt man die Kaffee- und die Schüttdichte in Gl. (22) ein, so erhält man für die Porosität

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_K}{V_f} \quad (25)$$

Für den Kaffeepartikeldurchmesser fanden sich im Internet Informationen. Im Begleittext zur Kaffee Fernseh-Sendung von Quarks&Co²⁸ war ein mittlerer Kaffeepartikeldurchmesser von 0,4 mm angegeben. Genauere Angaben machen Anderson, Shimoni, Liardon und Labuza in ihrer Veröffentlichung zu Kohlendioxid in geröstetem Kaffee.²⁹ Sie geben einen Bereich von 0,35 mm bis 0,57 mm für den mittleren Durchmesser an. Abb. 7 a) zeigt eine Verteilung für Arabica Kaffee aus dieser Veröffentlichung mit einem Mittelwert von 0,542 mm. Man erkennt hier, dass es auch weitaus kleinere Partikel mit Durchmessern bis zu 0,01 mm gibt. Dieser Feinanteil trägt zur Verringerung der Permeabilität durch Ausschwemmung und Verdichtung am Filterende bei.

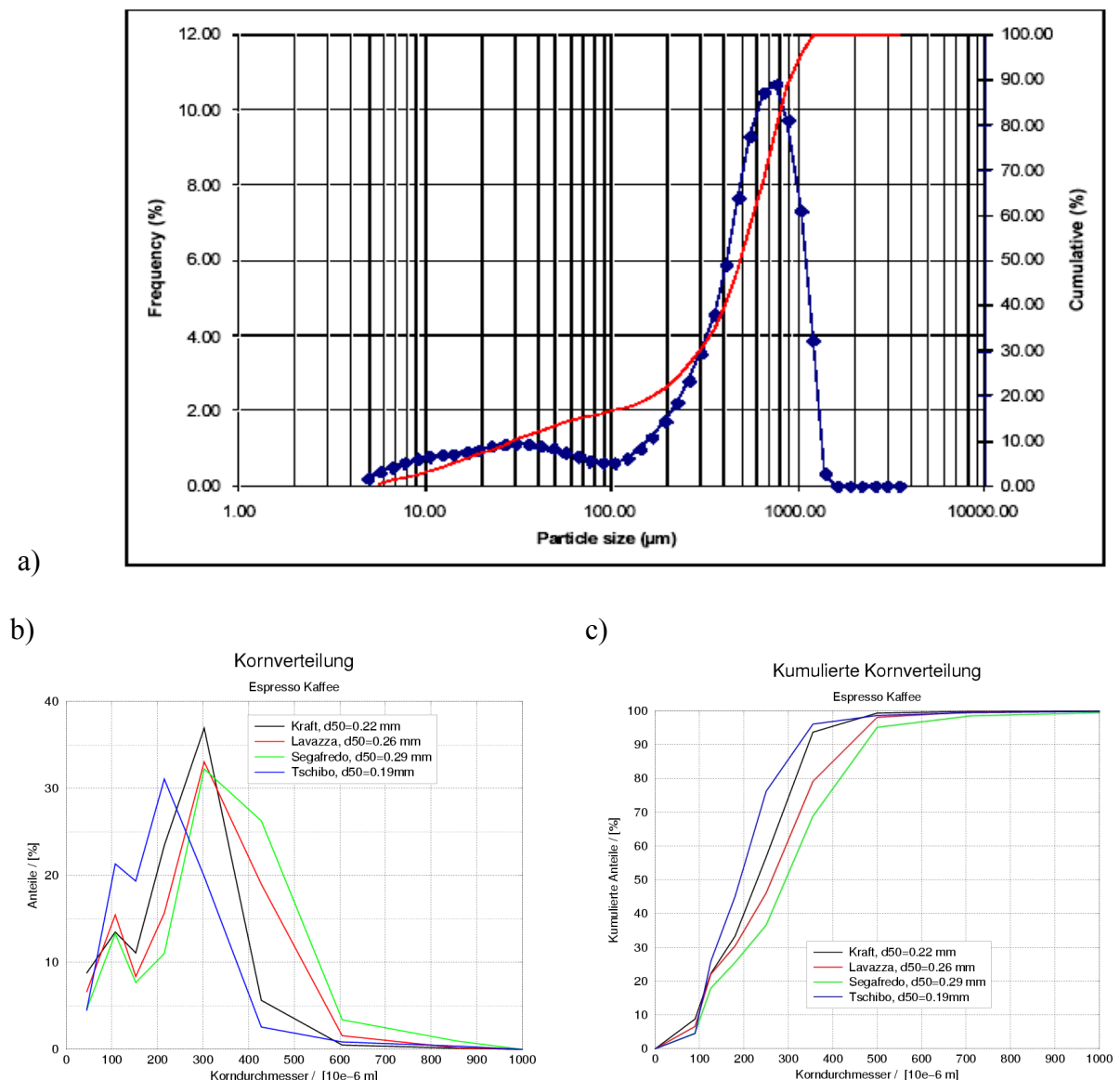


Abb.7: Verteilung für Partikelgrößen : a) Arabica-Kaffee³⁰, b) typische Korngrößenverteilungen verschiedener Sorten, c) zugehörige kumulierte Verteilungen

²⁸ Vgl. www.wdr.de

²⁹ Vgl. http://faculty.che.umn.edu/fscn/Ted_Labuza/Coffee/Diffusion.pdf

³⁰ zu dieser Abb. vgl. ebda

Das Auftreten zweier Maxima in der Verteilung der Korndurchmesser wird auch durch den in Abb. 7 b) und c) gezeigten Vergleich verschiedener Espresso-Sorten aus Messungen bei der Fa. Neuhaus-Neotec bestätigt.³¹ In Abb. 7 b) sind die prozentualen Anteile zwischen den verschiedenen Siebgrößen und in Abb. 7 c) die zugehörigen Summenkurven (kumulierte Werte) angegeben. Aus den Summenkurven kann man jeweils repräsentative Werte für den Durchmesser d50, unterhalb dem 50 Prozent der Masse liegt, entnehmen. Daraus ergeben sich Mittelwerte von 0.2 bis 0.3 mm, die ebenfalls als Anhaltspunkte für den realitätsnahen Bereich der unten durchgeführten Berechnungen dienen können.

Die obigen Mittelwerte wurden durch eigene Messungen mit einem Mikroskop (Eschenbach 400x) bestätigt. Bei 70x Vergrößerung waren, gemessen mit einer untergelegten Skala mit 0.1mm Abständen (rot hervorgehoben), längliche Partikel mit einer durchschnittlichen Länge von 0.3-0.5 und einer Breite von 0.2-0.3 mm sichtbar (Abb.8). Man konnte auch die stark zerklüftete Oberfläche der Partikel erkennen, sowie viele kleinere Partikel. Die folgenden Bilder wurden mit einer Digitalkamera, die direkt ans Okular gehalten wurde, gemacht. Der lange Balken in der Mitte des Bildes ist die Mittellinie der Mikrometerskala.

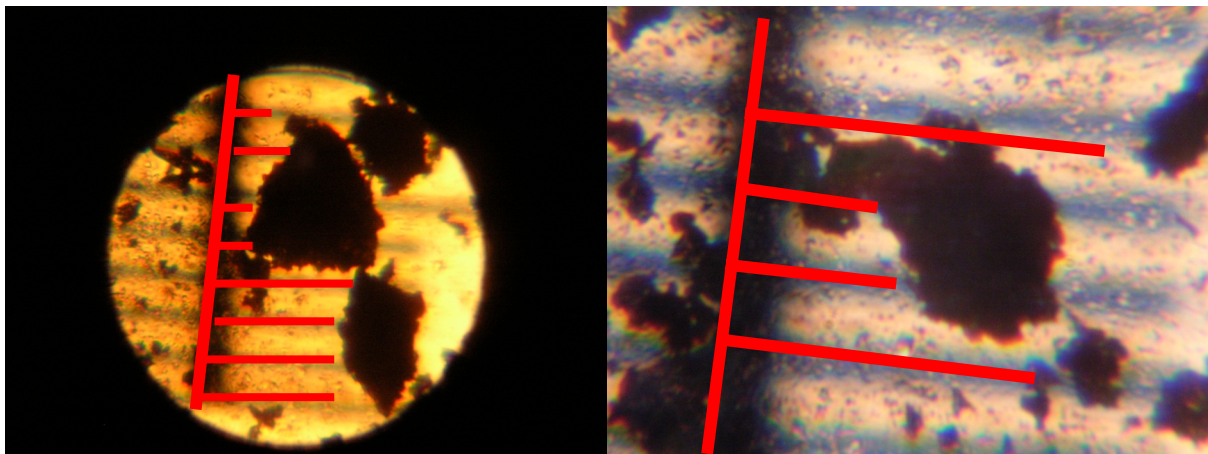


Abb.8: Große (links) und kleine (rechts) Kaffeepartikel unter dem Mikroskop (Skalenteilung 0.1 mm)

Nach der in Gl. (25) beschriebenen Berechnungsart bekommt man aus den gemessenen Volumina eine Porosität von 0.7. Dieser Wert ist jedoch unwahrscheinlich groß, da der Hohlraumanteil dann 70% der Kaffeeschüttung ausmachen würde. Da die einzelnen Kaffeepartikel auch eine innere Porosität haben, ist es möglich, dass diese einen Teil des Wassers im Verdrängungsversuch aufnimmt, was zu kleineren Porositäten führen würde. Für das Durchströmen spielt diese innere Porosität jedoch keine Rolle, da die Strömung nur zwischen den Partikeln erfolgt. Ausserdem handelt es sich bei Kaffeepulver um eine Mehrkornschüttung, die nicht aus Kugeln sondern aus einer Verteilung verschieden großer, unregelmäßiger Partikel besteht. Für

³¹ Vgl. persönliche Mitteilung von R. Torenz, Fa. Neuhaus-Neotec Maschinen- und Anlagenbau GmbH

Gleichkornschüttungen aus Granulaten wird im Buch von Brauer ein Porositätsbereich von 0.5-0.6 angegeben.³² Im Rechenmodell wurde ein Bereich von 0.2-0.6 betrachtet.

3.3.3 Berechnen der Zubereitungszeit

Die Zubereitungszeit setzt sich aus Durchlaufzeit und Aufheizzeit zusammen. Wenn der Volumenstrom bekannt ist, lässt sich aus der Gleichung (siehe S.23)

$$\frac{\Delta V_w}{\Delta t} = \dot{V}_f \quad (26)$$

die Durchlaufzeit t_D zu

$$t_D = \frac{V_w}{\dot{V}_f} \quad (27)$$

berechnen, indem man ΔV_w gleich dem gesamten Wasservolumen V_w setzt.

Die gesamte Zubereitungszeit bekommt man schließlich durch Addition von Aufheizzeit und Durchlaufzeit

$$t_z = t_a + t_D \quad (28)$$

3.4 Ergebnisse

Das vorher beschriebene Verfahren zur näherungsweisen Berechnung von Aufheizzeit, Druckaufbau und Zubereitungszeit hängt von den unsicheren Größen der Porosität und des mittleren Korndurchmessers ab. Um die Einflüsse von Porosität und Korndurchmesser auf die Zubereitungszeit zu untersuchen, wurde die Porosität zwischen 0.2 und 0.6 variiert, der mittlere Durchmesser zwischen 0.01 und 0.5 mm. Die folgenden Ergebnisse wurden mit dem dafür erstellten Fortranprogramm Kaffee.f berechnet, das im Anhang angegeben ist.

³² Vgl. H. Brauer, a.a.O., S. 417

3.4.1 Basisfall

Zunächst wurde mit einheitlicher Porosität im Filter und einheitlichem Korndurchmesser gerechnet. Die verwendeten Stoffwerte und die geometrischen Abmessungen der Kanne sind in Tab. 1 (siehe S.20) angegeben.

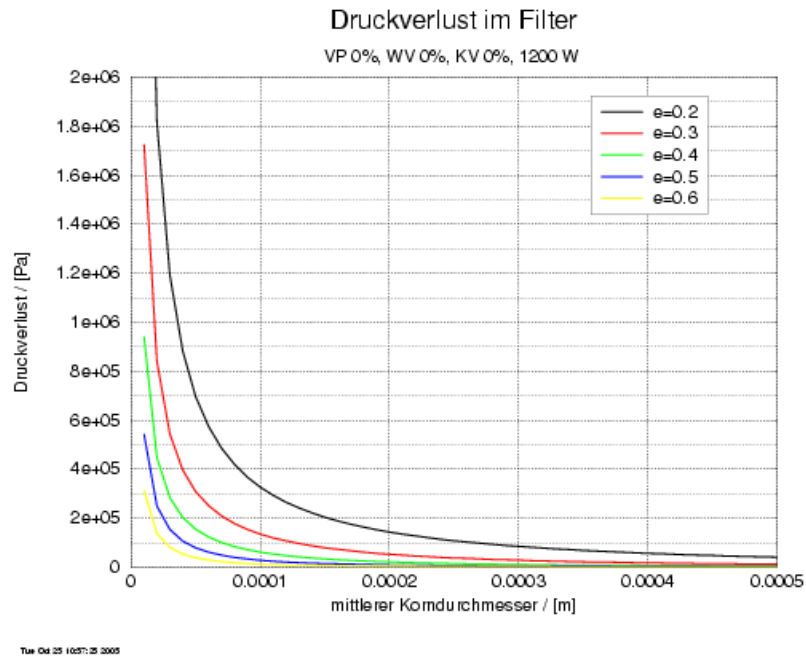


Abb. 9: Druckverlust im Filter, ohne Korrekturen

Abb. 9 zeigt den Druckaufbau in der Kanne, der dem Druckverlust im Filter entspricht, und Abb. 10 den Verlauf der Zubereitungszeit über dem mittleren Korndurchmesser für verschiedene Porositäten. Die Abkürzung VP im Bildtitel bedeutet variable Porosität, WV Wärmeverluste und KV Kondensationsverluste. Man sieht, dass der Druckverlust im Filter mit zunehmender Korngröße und zunehmender Porosität abnimmt. Dass eine zunehmende Porosität den Strömungswiderstand erniedrigt, ist einleuchtend und auch der Effekt des Korndurchmessers wird verständlich, wenn man bedenkt, dass mit zunehmendem Korndurchmesser auch die Lücken zwischen den Partikeln größer werden, so dass das Wasser leichter hindurchströmen kann. Die Zubereitungszeit verkürzt sich also mit zunehmend größerem Mahlgrad des Pulvers.

In Schüttungen ist die Angabe eines Strömungsquerschnitts oder Durchmessers schwierig. Da man die genaue Oberfläche aller Partikel unmöglich bestimmen kann, wird als Hilfsvorstellung der sogenannte hydraulische Durchmesser verwendet. Es werden alle Hohlräume in der Schüttung zu vertikalen Kanälen zusammengefasst, für die sich leichtere Gesetzmäßigkeiten ergeben. Der hydraulische Durchmesser ist als das Vierfache des durchströmten Volumens

dividiert durch die benetzte Oberfläche definiert.³³ Im Buch von Brauer wird der folgende Zusammenhang zwischen Korndurchmesser und hydraulischem Durchmesser für Gleichkornschüttungen angegeben³⁴

$$d_h = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon)} d \quad (29)$$

Diese Gleichung bestätigt, dass der verfügbare Strömungsquerschnitt mit dem Korndurchmesser und der Porosität zunimmt.

Der maximal zulässige Druck von ca. 5 bar in der Kanne, bei dem das Sicherheitsventil öffnet, wird erst für Korndurchmesser oberhalb von 0.1 mm unterschritten. Für den interessanten Porositätsbereich von 0.4-0.6 und den Durchmesserbereich von 0.3-0.5 mm findet kein nennenswerter Druckaufbau statt. Dementsprechend sind die Durchlaufzeiten durch den Filter auch sehr niedrig, wie man in Abb.10 sehen kann.

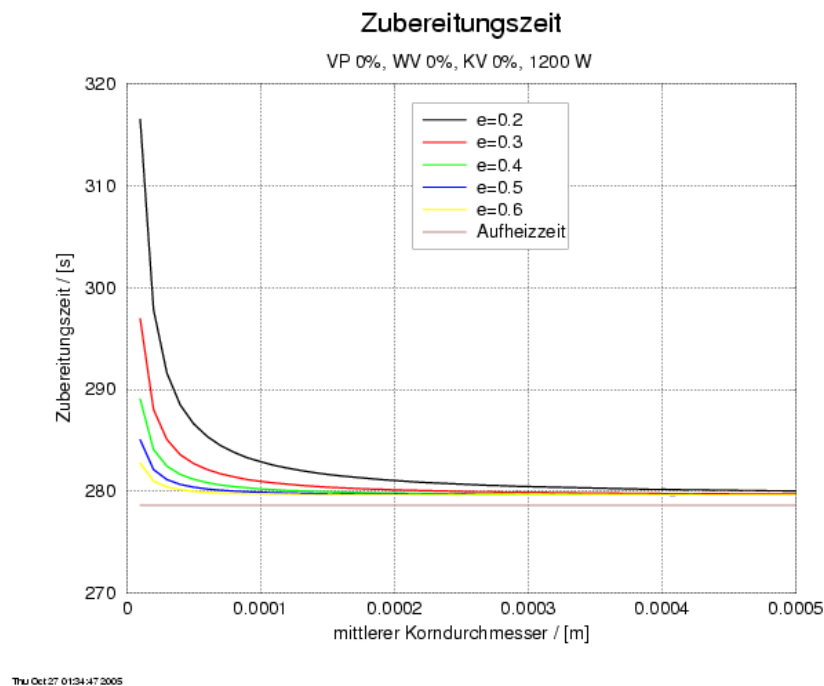


Abb.10: Zubereitungszeit

Die Abb. 10 zeigt die gesamte Zubereitungszeit für verschiedene Korndurchmesser und Porositäten, die sich aus Aufheizzeit und Durchlaufzeit zusammensetzt. Die Aufheizzeit beträgt etwa 280 s, was gut mit den beobachteten Zeiten, bis zum Start des Überströmvorgangs übereinstimmt. Dafür wurden bei voller Heizleistung von 1200 W jeweils zwischen 4 ½ und 5 Minuten entsprechend 270-300 s gemessen. Die Durchlaufzeiten betragen aber nur einige wenige Sekunden und sind gegenüber den Messwerten, die zwischen 60 und 100 s liegen, viel zu klein. Zumindest sind jedoch die Trends der Kurven

³³ Vgl. Brauer, a.a.O., S.418

³⁴ Vgl. ebda, S.419

plausibel, die abnehmende Zubereitungszeit mit abnehmender Pulverfeinheit und mit zunehmendem Lückengrad zeigen. Dabei erkennt man, dass sich mit zunehmendem Durchmesser ein fixer Grenzwert einstellt.

3.4.2 Interessante Grenzfälle

Diesen Grenzwert bekommt man aus Gl. (20), wenn man den Druckverlust im Filter vernachlässigt, was nach Abb. 9 für hohe Porositäten und große Korndurchmesser zulässig ist, da sich unter diesen Bedingungen kaum ein Druck aufbaut. In diesem Grenzfall ergibt sich für den Volumenstrom

$$\dot{V}_{f \lim 1} = \frac{\dot{Q}_{eff} R_d T_s}{h_d p_0} \sim \dot{Q}_{eff} \quad (30)$$

und für die minimale Durchlaufzeit

$$t_{D \lim 1} = \frac{V_w}{\dot{V}_{f \lim 1}} = \frac{V_w h_d p_0}{\dot{Q}_{eff} R_d T_s} \sim \frac{V_w}{\dot{Q}_{eff}} \quad (31)$$

Somit zeigt sich die Heizleistung als die entscheidende Größe für die Zubereitungsdauer. Ein weiterer interessanter Grenzfall für die Berechnung der Durchlaufzeit ist der Fall, dass der Druckverlust im Filter groß gegen den Umgebungsdruck ist. Dann kann man in der quadratischen Gleichung zur Berechnung des Volumenstroms den Umgebungsdruck p_o ungefähr gleich 0 setzen und den linearen Term vernachlässigen. Damit erhält man einfachere und übersichtlichere Beziehungen für den Volumenstrom im Filter

$$\dot{V}_{f \lim 2} = \sqrt{\frac{\dot{Q}_{eff} R_d T_s}{h_d} \cdot \frac{K A_f}{\mu \Delta H_f}} \sim \sqrt{K \cdot \dot{Q}_{eff}} \quad (32)$$

sowie für die Zubereitungszeit

$$t_{D \lim 2} = \frac{V_w}{\dot{V}_{f \lim 2}} = V_w \sqrt{\frac{h_d}{\dot{Q}_{eff} R_d T_s} \cdot \underbrace{\frac{\mu \Delta H_f}{K A_f}}_{\text{Filtereigenschaften}}} \sim \frac{V_w}{\sqrt{K \cdot \dot{Q}_{eff}}} \quad (33)$$

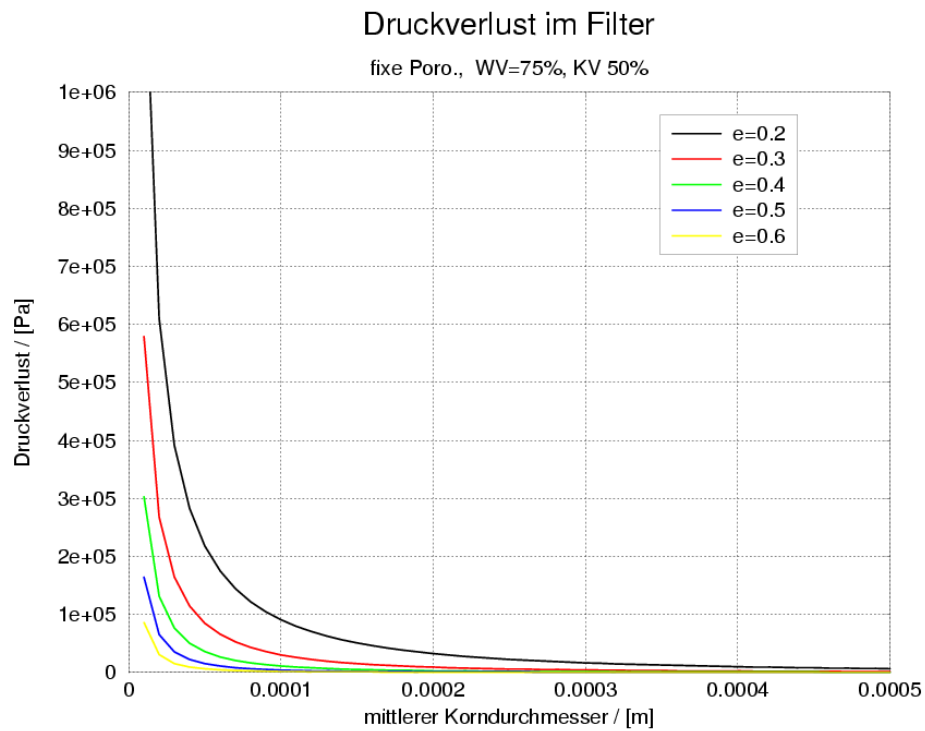
Man kann die beiden Grenzfälle so verstehen, dass im ersten Fall, das Überströmen allein von der Verdampfungsrate bestimmt ist. Im zweiten Grenzfall wird die Durchlaufzeit zusätzlich noch vom Druckverlust im Filter

bestimmt. Im allgemeinen Fall spielt dann auch noch der Umgebungsdruck eine Rolle.

Aus der letzten Gleichung (33) geht hervor, dass vor allem ein zu großer Wärmestrom \dot{Q}_{eff} und eine zu große Durchlässigkeit K die zu kleinen Durchlaufzeiten verursachen können, weil alle anderen Größen als Stoffwerte oder geometrische Abmessungen mehr oder weniger festgelegt sind.

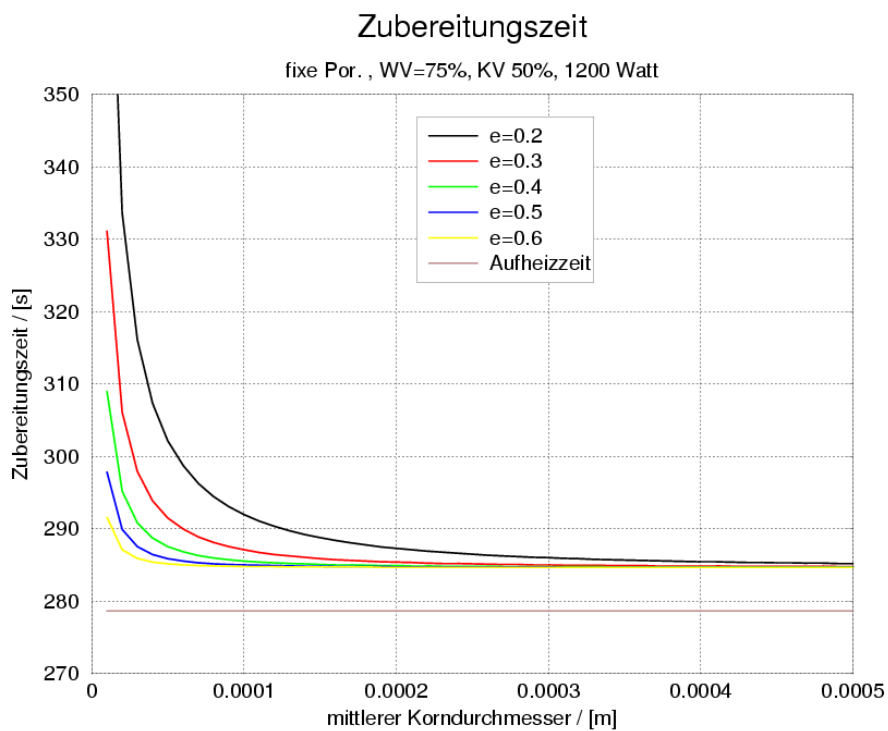
3.4.3 Rechenfall mit Berücksichtigung zusätzlicher Verluste

Bisher eingerechnete Wärmeverluste waren der Wirkungsgrad der Herdplatte (80 Prozent bezogen auf die elektrische Nennleistung) und die Korrektur mit dem Flächenverhältnis von Kannenunterseite und Herdplatte. Um realistischere Ergebnisse zu erhalten, wurden weitere Wärmeverluste einbezogen. Das sind Wärmeverluste durch Wärmeleitung ins Kannenoberteil und Wärmeabgabe durch Konvektion und Strahlung an die Umgebung. Diese Verluste wurden auf ganz einfache Weise durch Anwendung eines Verlustfaktors (in Prozent der Ausgangsleistung der Herdplatte) im Rechenprogramm berücksichtigt. Als eine zweite mögliche Verlustquelle wurde noch die Kondensation des im Kannenunterteil bereits gebildeten Dampfes in Betracht gezogen. Kondensation kann an den kühleren Wänden des vom aufsteigenden Wasser durchströmten Filters erfolgen. Das wirkt sich in einer Verminderung der Dampfmasse aus, was ebenfalls die Zeit für das Überströmen verlängert. Im Rechenprogramm wurde das ebenfalls ganz einfach durch einen weiteren prozentualen Faktor auf die erzeugte Dampfmasse berücksichtigt.



Tue Oct 25 09:06:21 2005

Abb. 11: Druckverlust mit konstanter Porosität sowie Wärme- und Kondensationsverlusten



Thu Oct 27 01:43:38 2005

Abb.12: Zubereitungszeit mit Wärme- und Kondensationsverlust

Abb. 11 zeigt Rechenergebnisse für den Druckverlust im Filter, wobei ein Wärmeverlust von 75 % sowie ein Massenverlust durch Kondensation von 50 % berücksichtigt wurde. Die Ergebnisse zeigen die gleichen Trends wie bisher. Allerdings ist der Druckverlust bei reduziertem Wärmestrom noch niedriger, weil $\Delta p \propto \dot{V}_f \propto \dot{Q}_{eff}$ nach der Darcy-Gleichung bzw. Gl.(30) ist.

Die in Abb. 12 dargestellten Zubereitungszeiten zeigen jedoch höhere Werte für die Durchlaufzeit als im vorigen Fall ohne zusätzliche Wärmeverluste. Diese Erhöhung führt im Bereich, der für die Kaffeezubereitung interessant ist, aber nur auf Durchlaufzeiten von etwa 8 s und ist somit immer noch viel zu niedrig. Anscheinend wird durch die Wärmeverluste vor allem die Grundzeit für das Überströmen beeinflusst, die von der Dampfbildungsrate nach dem 1. Grenzfall nach Gl. (31) bestimmt ist.

3.4.4 Rechenfall mit Berücksichtigung von örtlicher Verdichtung im Filter

Die bisherigen Ergebnisse zeigen, dass es nicht ausreicht, weitere Wärmeverluste einzubeziehen, um realistischere Zubereitungszeiten zu erhalten. Außerdem sind die Verlustbeiwerte bereits sehr hoch gewählt worden, so dass eine weitere Steigerung nicht sinnvoll wäre. Darum wurde die Durchlässigkeit K als zweite wichtige Haupteinflussgröße genauer modelliert.

Dafür ist wichtig, dass es sich bei gemahlenem Kaffee nicht um eine Gleichkornschüttung mit kugelförmigen Partikeln handelt, sondern um eine Mehrkornschüttung, die bereits im Ruhezustand durch die Mischung größerer und kleinerer Teilchen, die die Hohlräume zwischen den großen Teilchen teilweise füllen, einen geringeren Lückengrad aufweist. Die einfachste Möglichkeit, das zu berücksichtigen, besteht darin, die Eigenschaften der kleinen Teilchen heranzuziehen. Das würde dem Durchmesserereffekt Rechnung tragen, allerdings liegt der theoretisch minimale Lückengrad für Kugelschüttungen jeden Durchmessers bei etwa 0.26, was der rhomboedrisch, d.h. vertikal und horizontal versetzten, dichtesten Kugelpackung entspricht³⁵. Tatsächlich sollten sich durch die Füllung der Lücken mit kleinen Teilchen aber auch niedrigere Porositäten ergeben.

Im Buch von Brauer finden sich Abschätzungen, wonach der Druckverlust bei Zweikornschüttungen maximal um einen Faktor $(\varepsilon / \varepsilon_{mehrkorn})^{0.75} \Big|_{\max} \approx 2^{0.75} \approx 1.68$ zunimmt.³⁶ Bei Mehrkornschüttungen ergeben sich noch höhere Werte, weshalb der obige Faktor 1.68, der einen Maximalwert für Zweikornschüttungen

³⁵ Vgl. Brauer, a.a.O., S.407

³⁶ Vgl. ebda

darstellt, verwendet wurde. Zusätzlich wird aber als wichtiger Einfluss noch die Verdichtung des Filterkuchens betrachtet.

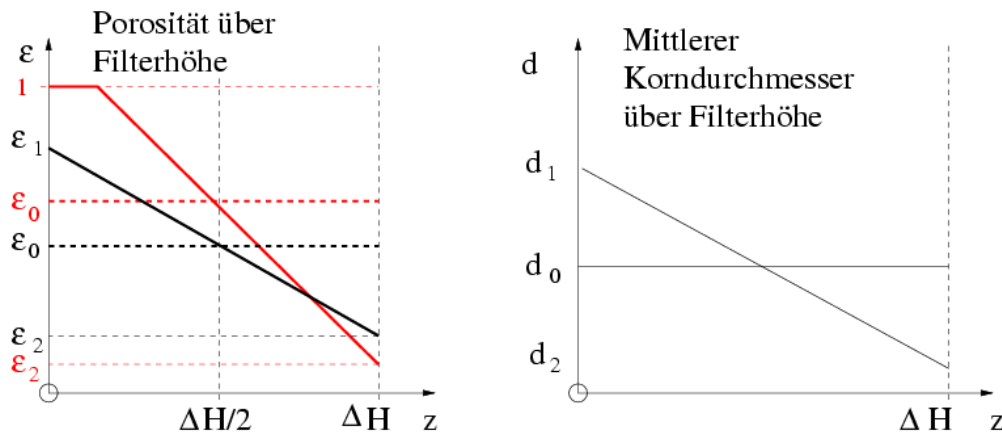


Abb.11 : Lineare Abnahme der Porosität und des Korndurchmessers

Wie auch die in Kap. 4 dargestellten Beobachtungen zeigten, wird der beim Einfüllen noch einheitliche Zustand des Kaffeepulvers im Filter vom hindurchgedrückten Wasser so modifiziert, dass kleinere Teilchen aus dem unteren Bereich mit der Strömung in den oberen Bereich geschwemmt werden und dort die Lücken füllen. Dadurch wird der Lückengrad über die Filterhöhe in Durchströmungsrichtung immer kleiner und der mittlere Korndurchmesser nimmt ebenfalls ab. Um das in einfacher Weise zu erfassen, wird eine lineare Abnahme des Lückengrades und eine lineare Abnahme des Korndurchmessers über die Filterhöhe angenommen (siehe Abb.11). Damit hängen Porosität und Korndurchmesser im Filter von der Ortskoordinate z ab

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Delta H} z \quad (34)$$

$$d(z) = d_1 - \frac{d_1 - d_2}{\Delta H} z \quad (35)$$

Die Darcy-Gleichung (18) kann dann schichtweise in Scheiben der Höhe dz angewendet werden, worin sich jeweils ein kleiner Beitrag dp zum Druckverlust ergibt. Sie lautet dann

$$dp = \frac{\mu \dot{V}_f}{A_f} \underbrace{\frac{180(1 - \varepsilon(z))^2}{\varepsilon(z)^3 d(z)^2}}_{1/K(z)} dz \quad (36)$$

Für den Gesamtdruckverlust muß man alle diese Beiträge aufsummieren bzw. im Grenzfall $dz \rightarrow 0$ aufintegrieren. Dann bekommt man

$$\Delta p = \frac{\mu \dot{V}_f}{A_f} \int_0^{\Delta H} \frac{180(1-\varepsilon(z))^2}{\varepsilon(z)^3 d(z)^2} dz \quad (37)$$

Das Integral in der obigen Gleichung ersetzt den bisherigen Term $\Delta H_f / K$ der in der Darcy-Gleichung (18). Weil nach wie vor weder der zeitliche noch der örtliche Verlauf, sondern ein einheitlicher Mittelwert für den gesamten Überströmvorgang berechnet wird, ändert sich dadurch nichts am Lösungsverfahren. Nur das Integral ist vor Lösung der quadratischen Gleichung auszuwerten. Eine analytische Lösung ist aber nicht einfach zu finden. Deshalb wurde das Integral numerisch berechnet. Dazu wurde die zu integrierende Funktion durch eine Treppenkurve mit 100 Stützstellen im Abstand $dz = \Delta H / 100$ ersetzt und die Fläche unter der Kurve aus der Summe von Funktionswerten mal Stützstellenabstand berechnet (siehe Funktion *dvint0* im Programm-Listing im Anhang).

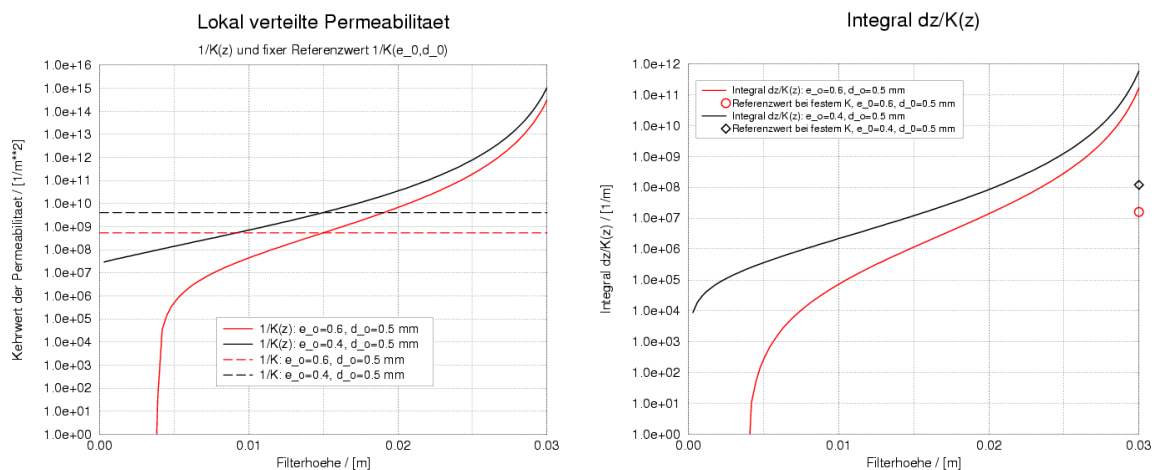
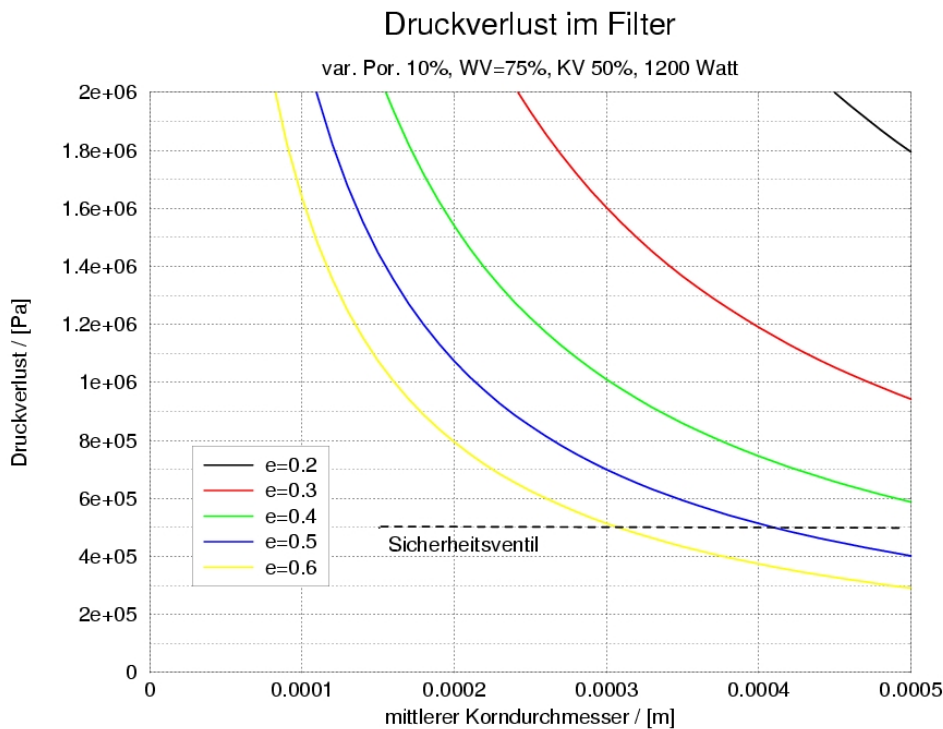


Abb.12: Änderung der Permeabilität a) Funktionswerte und b) Integrale, c) zeigt die Absenkung des Filterkuchens, wie dies bei den roten Kurven der Fall ist



Das Ausmaß der Verdichtung bzw. der Durchmesserreduktion wurden als ein Prozentsatz der jeweiligen Anfangswerte bei der Befüllung des Filters angegeben. Eine Verdichtung auf 10 % bedeutet dann, dass am Filterausgang eine Porosität von 10 % der Startporosität vorliegt, während am Eingang die Porosität auf 190 % der Startporosität angestiegen ist. Somit bleibt die Masse erhalten, zumindest solange der Eingangswert ε_1 unter 1 liegt. Andernfalls wird er auf 1 begrenzt. Eine Porosität von 1 oder 100 % bedeutet totaler Hohlraumanteil, also dass sich in diesem Bereich kein Kaffeepulver mehr befindet, was sich wie eine insgesamte Kompression des Filterkuchens auswirkt. Das kann man in der Realität beim Öffnen der Maschine nach der Zubereitung gelegentlich ebenfalls beobachten, wobei sich der Filterkuchen wie in Abb.12c senkt. Das geschieht vermutlich deshalb weil im sich abkühlenden Kannenunterteil ein leichter Unterdruck entwickelt, der den Filterkuchen hinunterzieht. Es handelt sich dabei aber eher um einen Sonderfall, trotzdem wird er auch in diesem einfachen Berechnungsverfahren sichtbar. Abb. 12a zeigt die Ausdrücke $1/K$ die sich bei einheitlicher Porosität ergeben (gestrichelt dargestellt) und die zu integrierende Funktion $1/K(z)$. Abb. 12b zeigt die Integrale über dz im Vergleich mit den Integralen der konstanten Werte. Es sind jeweils zwei Fälle beim Lückengrad von 0.4 und 0.6 gezeigt, wovon die durchgehend roten Kurven die angesprochene Verringerung der Filterhöhe zeigen. K ist die Permeabilität, die aus der Gleichung (21) von Carman-Kozeny errechnet wurde. Der Kehrwert $1/K$ wird verwendet, da K in dieser Form in der Darcy-Gleichung auftritt. Aus Abb.12 kann man erkennen, dass die örtlichen Werte des Kehrwerts der Permeabilität am Filtereingang um mehrere Zehnerpotenzen unter den mittleren Werten von $1/K$ liegen, am Filterausgang dagegen um mehrere Zehnerpotenzen darüber. Gleiche Werte finden sich in der Filtermitte. Die Endwerte der Integrale sind dann ebenfalls deutlich höher als die entsprechenden homogenen Werte von $\Delta H_f / K$, die in Abb.12b als Punkte eingetragen sind. In der Permeabilitätsgleichung (21) steht die Porosität ε in 3. Potenz und wird durch das Quadrat von $(1-\varepsilon)$ dividiert, deshalb hat diese Größe einen starken Effekt. Daher ist von dieser Maßnahme auch eine deutliche Auswirkung auf den Druckaufbau und auf die Zubereitungszeit zu erwarten.



Tue Oct 25 22:10:10 2005

Abb.13: Druckverlust mit Verlusten und Verdichtung im Filter

Abb. 13 zeigt Rechenergebnisse für den Druckaufbau im Filter bei linearer Verdichtung auf 10 % und 75 % Wärmeverlust sowie 50 % Massenverlust. Nun ergibt sich ein deutlich höheres Druckniveau als in den vorigen Rechenfällen, wobei die zuvor beschriebenen prinzipiellen Trends erhalten bleiben. Bis auf die Kurven für die Lückengrade 0,5 und 0,6 im Durchmesserbereich über 0,3 mm liegen alle Kurven bereits über der Auslöseschwelle des Sicherheitsventils, das bei 3 bis 5 bar anspricht. Dieser Bereich ist aber grob in Übereinstimmung mit den aus Messungen und Literatur gefundenen Porositäten und mittleren Korndurchmessern. In den weiter unten beschriebenen Experimenten hat das Sicherheitsventil auch vereinzelt Dampf abgeblasen. Daraus kann man erschließen, dass ein Druck von 3-5 bar im Bereich der experimentellen Beobachtungen realistisch ist.

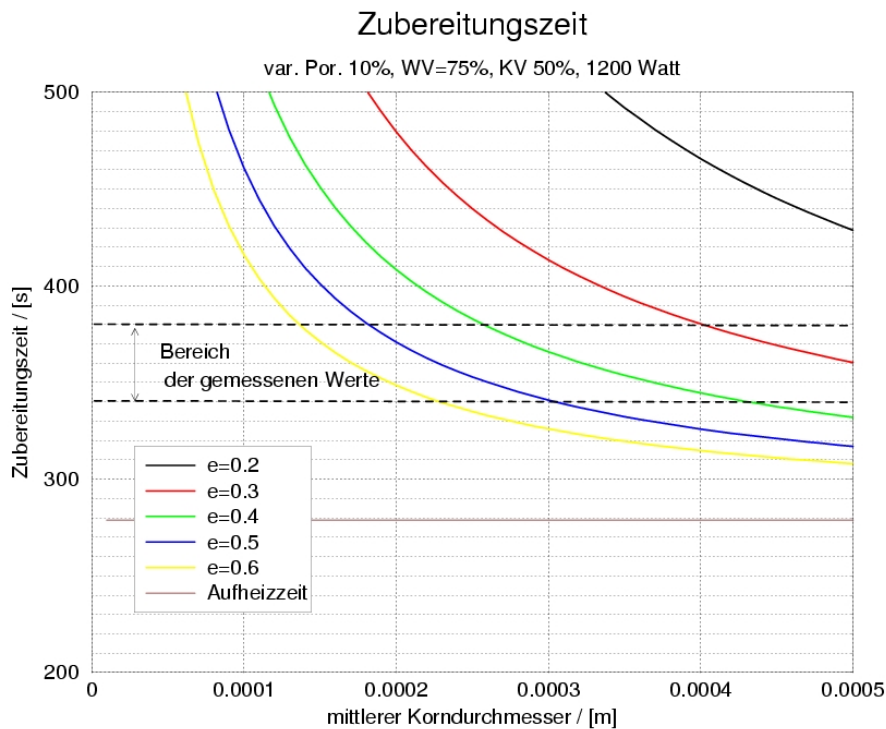


Abb.14 : Zubereitungszeiten mit Verlusten und Verdichtung im Filter

Abb. 14 zeigt die Zubereitungszeiten. Es ergeben sich nun deutlich höhere Werte für die Zubereitungszeit als zuvor. Die Durchlaufzeiten nach der Aufheizzeit reichen nun für den realitätsnahen Bereich mit Lückengrad über 0.5 und Durchmesser über 0.3 mm mit 40 bis 60 s an den experimentell ermittelten Bereich von 60 bis 100 s heran. Damit liefert das beschriebene Rechenverfahren zumindest die richtige Größenordnung für die Zubereitungszeit.

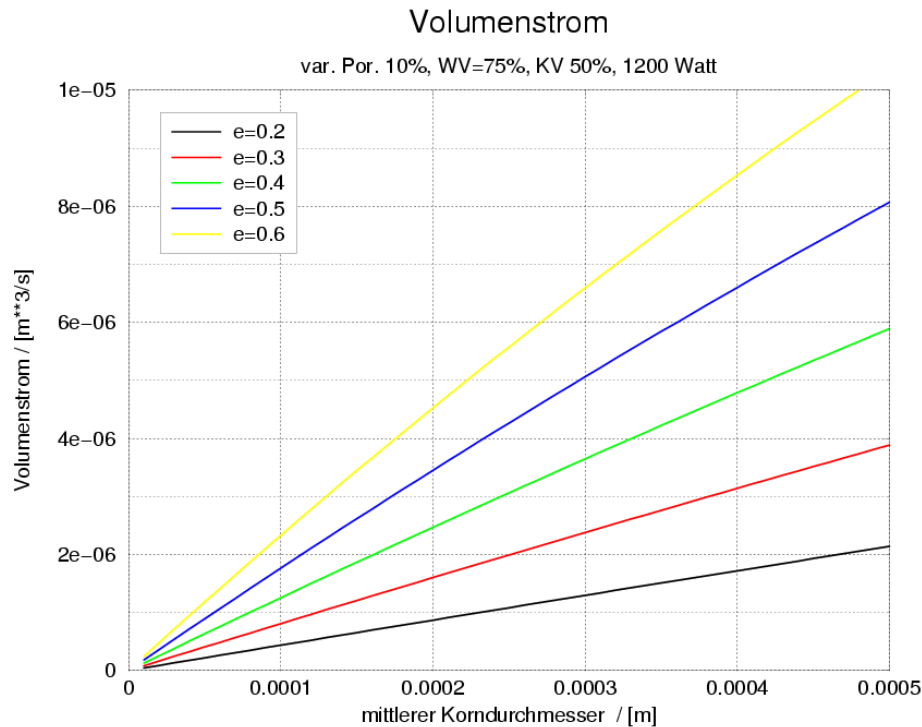


Abb.15: Volumenstrom für verschiedene Porositäten

Abb. 15 zeigt den mittleren Volumenstrom, der sich unter den Bedingungen dieses Rechenfalls ergibt. Erwartungsgemäß nimmt der Volumenstrom mit zunehmendem Lückengrad und mit zunehmendem Korndurchmesser ebenfalls zu. Daraus lässt sich durch Division mit der Filter-Querschnittsfläche leicht die Filtergeschwindigkeit ermitteln, die in Abb. 16 gezeigt ist. Auch sie nimmt mit der Porosität und dem Korndurchmesser zu. In der Literatur werden für moderne Espressomaschinen, die bei höheren Drücken von ca. 9 bar arbeiten und bei denen der Filterkuchen mit einem Stempel komprimiert wird, Geschwindigkeiten von etwa 1 mm/s angegeben.³⁷ Entsprechend dem geringeren Betriebsdruck in der Bialetti-Maschine bzw. den geringeren Druckverlusten im Filter, der nicht gestopft sein sollte, liegt man hier für den als realistisch angesehenen Bereich (Startporositäten von 0.5 bis 0.6 und mittlere Durchmesser von 0.3 bis 0.5 mm) bei etwa 2 bis 3 mm/s.

³⁷ Vgl. Illy, a.a.O., S.87

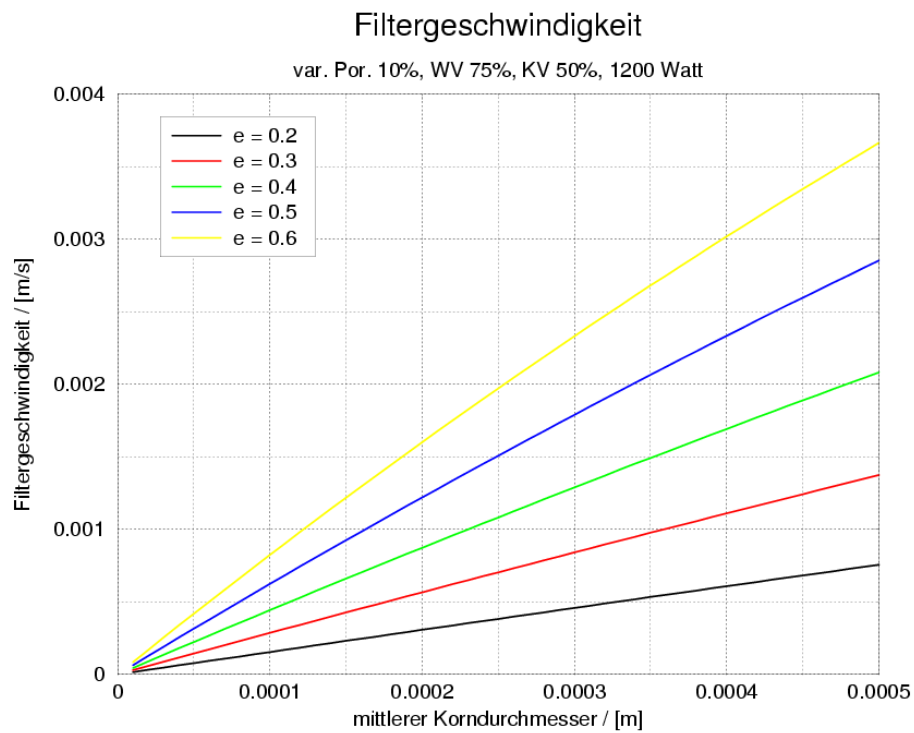


Abb.16 :Filtergeschwindigkeit

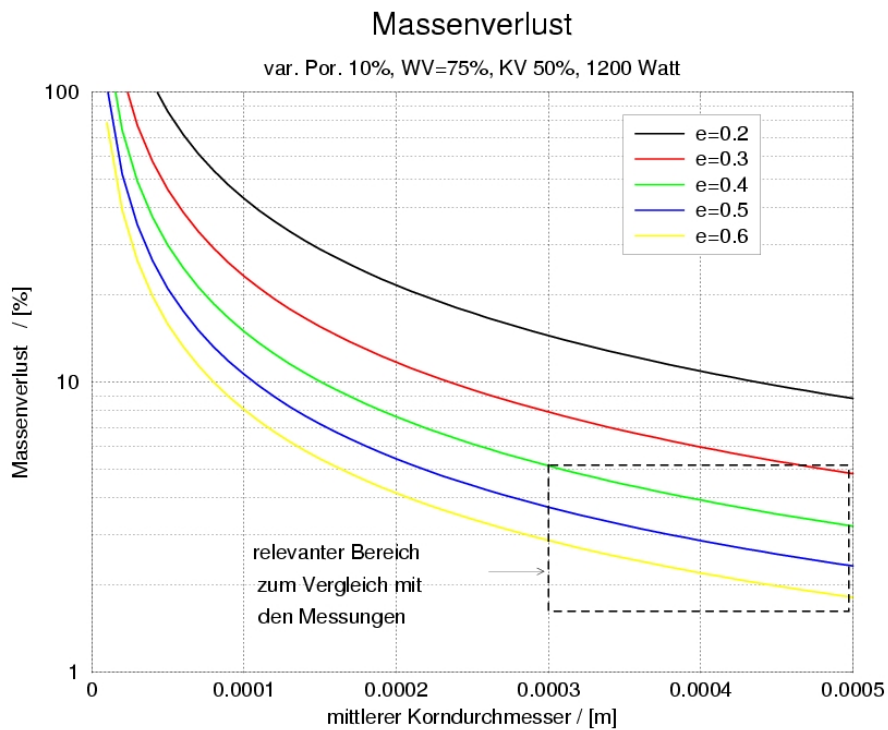


Abb.17: Massenverlust durch die Dampfmasse, die zum Ausschieben des Wassers aus dem Kannenunterteil benötigt wird

Als weitere Vergleichsgröße ist in Abb. 17 die Verlustwassermasse in Prozent der anfangs eingefüllten Wassermasse angegeben. Diese Größe wurde aus der Verdampfungsrate zu

$$\Delta m_{w_verlust} = \frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} t_D \quad (38)$$

abgeschätzt, was die zur Wasserverdrängung nötige Dampfmasse angibt. Abb. 17 zeigt, dass die Massenverluste mit zunehmendem Korndurchmesser und zunehmender Porosität abnehmen sollten. In Abb. 17 ist der für die Bedingungen in der Bialetti-Maschine bedeutsame Bereich eingetragen. Daraus ergeben sich Verluste von 2 bis 5 %. Im Versuch #3 der später beschriebenen Experimente wurden die eingefüllte Wassermasse und die gewonnene Kaffeemassee sowie das Gewicht des trockenen und des nassen Kaffees vor und nach der Zubereitung beispielhaft bestimmt. Aus der Differenz zwischen eingefülltem Wasser und Kaffee von 35 g und dem im Filterkuchen verbliebenen Wasser von 23 g ergab sich ein Verlust von 12 g bzw. 4 % bezogen auf die eingesetzte Wassermasse von 302 g. Das passt auf den ersten Blick gut. Allerdings wurden in der Auswertung von Gl.(38) im Rechenprogramm nur der Heizplattenwirkungsgrad und die Querschnittsflächenkorrektur als Verluste berücksichtigt. Bezieht man die weiteren 75 % an Wärmeverlusten noch mit ein, so ergeben sich in der Rechnung nurmehr 0.5 bis 1.25 %. Andererseits kann auch im Filter, wenn der Druck auf Umgebungsdruck abfällt, Dampfbildung auftreten, was zu höheren Massenverlusten führt. Eine genauere Untersuchung des Filterkuchens hat gezeigt, dass zumindest gelegentlich Hohlräume entstehen, die auf solche Vorgänge hindeuten (vgl. Abb.29)

Insgesamt ergaben sich aus dem erstellten einfachen Rechenmodell einigermaßen plausible Ergebnisse. Da zahlreiche Vereinfachungen für die rechnerische Beschreibung getroffen wurden, bleibt trotzdem eine Unsicherheit, ob die Grundvorgänge der Funktionsweise der Bialetti-Maschine richtig beschrieben wurden. Um mehr Sicherheit zu gewinnen wären noch mehr Experimente mit Parametervariationen notwendig.

3.5 Verbessertes Modell mit zeitlicher Auflösung

3.5.1 Berechnungsgleichungen für den zeitabhängigen Durchsatz

Bei den durchgeführten Experimenten zur Bestimmung der Zubereitungszeit konnte beobachtet werden, dass der Kaffeevolumenstrom während der Zubereitungszeit merklich ansteigt.

Deswegen wurde das Berechnungsverfahren erweitert, um den zeitlich variablen Überström- und Füllungsvorgang zu erfassen.* Ausgangspunkt hierfür ist die Gleichung (11), die das Gleichgewicht zwischen Dampfproduktion durch den zugeführten Wärmestrom und der Änderung der Dampfmasse über dem Wasserspiegel durch den Verdrängungsvorgang beschreibt. Nimmt man in Gl.(11) nicht wie bisher die Dampfdichte als konstant an, sondern betrachtet die Dampfdichte als veränderlich, so erhält man unter Verwendung der Produktregel

$$\frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} = \frac{d}{dt}(\rho_d V_d) = \rho_d \dot{V}_d + \dot{\rho}_d V_d \quad (39)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite enthält nun zusätzlich die zeitliche Ableitung der Dampfdichte, die man durch Ableitung der thermischen Zustandsgleichung des Dampfes (ideales Gasgesetz) nach der Zeit bekommt. Weiter kann man annehmen, dass der Umgebungsdruck konstant ist und dass die Änderung der Sättigungstemperatur gegenüber der Änderung des Dampfdrucks vernachlässigt werden kann. Dann ist in der Zustandsgleichung nur die zeitliche Änderung des Druckverlusts im Filter von Interesse

$$\dot{\rho}_d = \frac{d}{dt} \left(\frac{p_0 + \Delta p}{R_d T_s} \right) = \frac{\Delta \dot{p}}{R_d T_s} \quad (40)$$

Damit ist die Dichteänderung auf die Änderung des Drucks zurückgeführt. Wenn man die Dichte und ihre Änderung in Gl. (39) einsetzt, führt das auf

$$\frac{\dot{Q}_{eff}}{h_d} = \left(\frac{p_0 + \Delta p}{R_d T_s} \right) \dot{V}_f + V_d \frac{\Delta \dot{p}}{R_d T_s} \quad (41)$$

Hier wurde wieder \dot{V}_d durch \dot{V}_f ersetzt, weil die Änderung des Dampfolumens über die gemeinsame Trennfläche des Wasserspiegels eine gleichgroße

* Dieses Kapitel beruht auf ausführlichen Gesprächen mit meinem Vater, Herrn E. von Berg, der die Verwendung der Modellgleichungen und das Lösungsverfahren vorgeschlagen hat. Obwohl das etwas über den Rahmen des Schulwissens hinausging, habe ich mich entschlossen, dieses Kapitel ebenfalls in die FBA aufzunehmen, weil es zum Verständnis der durchgeführten Messungen beiträgt und weil ich dadurch einen Zugang zu weitergehenden Methoden der Modellierung (Differentialgleichungen) und zur numerischen Simulation bekommen habe.

Änderung des Wasservolumens bewirkt, die wegen der Massenerhaltung wiederum einen gleichgroßen Volumenstrom durch den Filter verursacht.

Die zeitliche Änderung des Filterdruckverlusts erhält man aus dem Darcyschen Gesetz. Geht man davon aus, dass sich die oben beschriebenen Änderung der Durchlässigkeit durch lokale Verdichtung am Filterausgang sehr rasch einstellt, so kann man alle Größen im Darcyschen Gesetz außer dem Volumenstrom als zeitlich konstant ansehen. In diesem Fall ist nur der Volumenstrom nochmals nach der Zeit abzuleiten. Man bekommt dann

$$\Delta \dot{p} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu \Delta H_f}{K A_f} \dot{V}_f \right) = \frac{\mu \Delta H_f}{K A_f} \frac{d}{dt} (\dot{V}_f) \quad (42)$$

Setzt man jetzt den Filterdruck und seine Änderungsrate in die Massenbilanzgleichung (41) ein, so bekommt man eine Differentialgleichung 1. Ordnung für den Volumenstrom \dot{V}_f

$$\frac{\dot{Q}_{eff} R_d T_s}{h_d} = \left(p_0 + \frac{\mu \Delta H_f}{K A_f} \dot{V}_f \right) \cdot \dot{V}_f + V_d \frac{\mu \Delta H_f}{K A_f} \frac{d}{dt} (\dot{V}_f) \quad (43)$$

oder, wenn man nach $\frac{d}{dt} (\dot{V}_f)$ umstellt,

$$\frac{d}{dt} (\dot{V}_f) = \frac{K A_f}{V_d \mu \Delta H_f} \left[-\frac{\dot{Q}_{eff} R_d T_s}{h_d} + \left(p_0 + \frac{\mu \Delta H_f}{K A_f} \dot{V}_f \right) \cdot \dot{V}_f \right] \quad (44)$$

Die eckige Klammer auf der rechten Seite enthält dabei gerade die quadratischen Gleichung, die bislang für den mittleren Volumenstrom gelöst wurde, und die sich hier wieder im stationären Sonderfall für zeitlich konstanten Volumenstrom, d.h. verschwindende Ableitung, ergibt.

Da nun der Volumenstrom nicht mehr konstant ist, bekommt man das noch unbekannte Dampfvolumen V_d aus einer weiteren Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt} (V_d) = \dot{V}_f \quad (45)$$

wonach die Änderungsrate des Dampfvolumens gleich dem Volumenstrom durch den Filter sein muss. Diese Beziehung kommt aus der Bedingung der Geschwindigkeitsgleichheit am Wasserspiegel und aus der Kontinuitäts-

bedingung innerhalb der Wasserströmung, die schon in Gl. (11) verwendet wurde. Wegen der Verdrängungswirkung des Dampfes ist dies auch die Gleichung für das ins Oberteil der Kanne einströmende Kaffeevolumen, d.h. es ist $V_d = V_K$.

3.5.2 Numerisches Lösungsverfahren

Differentialgleichungen sind Gleichungen, die neben abhängigen und unabhängigen Variablen auch noch Ableitungen der abhängigen Variablen enthalten. Ihre Lösungen sind alle Funktionen, die die gegebene Differentialgleichung und ihre Randbedingungen erfüllen. Im vorliegenden Fall ist die Zeit die unabhängige Variable, gesucht sind die zeitlichen Verläufe von Filter-Volumenstrom und Dampfvolumen bzw. dem ins Kannenoberteil einströmende Kaffeevolumen. Dazu müssen die Gleichungen (44) und (45) integriert werden.

Die beiden Differentialgleichungen sind allerdings miteinander gekoppelt, weil ihre rechten Seiten jeweils die andere Variable enthalten. Sie müssen also gemeinsam gelöst werden. Analytische Lösungen sind für derartige Gleichungen nur schwer zu finden, vor allem, wenn wie im vorliegenden Fall eine der Gleichungen quadratische Terme enthält. Numerisch kann die Lösung aber auf einfache Weise erfolgen, wenn man sich damit zufrieden gibt, die gesuchten Funktionen nur an bestimmten diskreten Stützstellen zu bestimmen. Dazu ersetzt man die Ableitungen, die ja die Tangenten an die Lösungskurven darstellen, durch Sekanten, die die jeweiligen Stützstellen miteinander verbinden. So werden die Differentiale durch sogenannte finite Differenzen ersetzt, die man wie auch die rechten Seiten nur an diskreten Stützstellen der Lösungsfunktion bestimmt. Anstatt der Differentialgleichung erhält man so eine Vielzahl von Differenzengleichungen, die man mit einem in der Zeit fortschreitenden Verfahren nacheinander lösen kann.

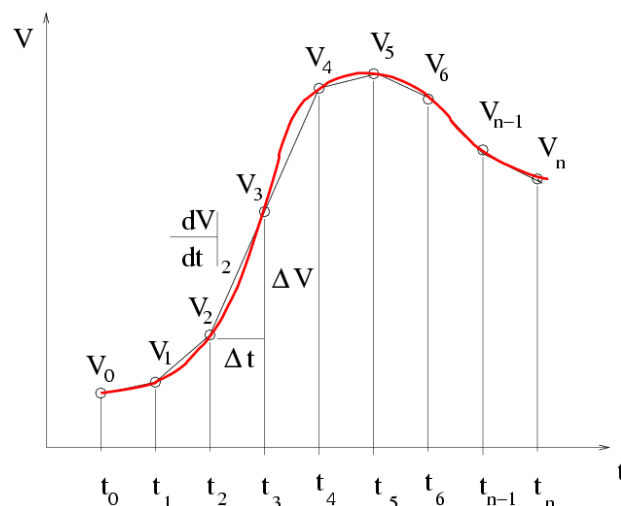


Abb.18: Lösungsverfahren für numerische Integration

Die Vorgangsweise ist in Abb. 18 verdeutlicht. Im vorliegenden Fall erhält man für die Differenzengleichungen für den Volumenstrom

$$\frac{\dot{V}_{f_{neu}} - \dot{V}_{f_{alt}}}{\Delta t} = f(V_{d_{alt}}, \dot{V}_{f_{alt}}) \quad (46)$$

und für das Dampf- oder Kaffeevolumen

$$\frac{V_{d_{neu}} - V_{d_{alt}}}{\Delta t} = g(\dot{V}_{f_{alt}}) \quad (47)$$

Daraus bekommt man die neuen Werte durch Umstellen nach $\dot{V}_{f_{neu}}$ bzw. nach $V_{d_{neu}}$ aus

$$\dot{V}_{f_{neu}} = \dot{V}_{f_{alt}} + \Delta t \cdot f(V_{d_{alt}}, \dot{V}_{f_{alt}}) \quad (48)$$

und

$$V_{d_{neu}} = V_{d_{alt}} + \Delta t \cdot g(\dot{V}_{f_{alt}}) \quad (49)$$

Die Werte der gesuchten Lösungsfunktionen mit dem Index ‚neu‘ werden somit immer aus den Werten des vorhergehenden Zeitschritts berechnet, die mit dem Index ‚alt‘ bezeichnet sind. Die Funktionen f und g der rechten Seiten bekommt man aus den Gleichungen (44) und (45). Sie werden dabei ebenfalls mit den bereits zuvor berechneten bekannten Werten des letzten Zeitschritts berechnet. Somit kann man beginnend mit den Anfangswerten zum Zeitpunkt $t=0$, den sogenannten Anfangsbedingungen, Schritt für Schritt eine Näherungslösung für die gesuchten Funktionen $\dot{V}_f(t)$ und $V_d(t)$ bestimmen.

Als Startwerte wurden gewählt

$$\dot{V}_{f_{neu}}(0) = 0 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$V_d(0) = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

und für die Zeitschrittweite $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. Die Wahl eines kleinen, von null verschiedenen Wertes für das anfängliche Dampfvolumen war notwendig, weil dieser Wert auf der rechten Seite der ersten Differentialgleichung (44) im Nenner auftritt und somit bei $V_d(0) = 0 \text{ m}^3$ eine unerlaubte Division durch null auftreten würde. Andererseits bedeutet die Wahl von $V_d(0) = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$, dass man bereits mit einem kleinen Gasvolumen von 1 ml im Kannenunterteil startet, was

realistisch ist, weil normalerweise nach dem Befüllen das Unterteil ebenfalls noch etwas Luft enthält.

Die Zeitschrittweite wurde bewusst niedrig gewählt, um beim hier verwendeten einfachen Lösungsverfahren die numerisch bedingten Fehler gering und das Verfahren stabil zu halten. Die verwendete Unterteilung der Zeitachse führt bei der Simulation von ca. 100 s Realzeit zu etwa 100000 Zeitschritten, was auf dem verwendeten Linux-PC mit 750 Mhz Taktrate zu Rechenzeiten von ca. 10 Minuten für einen Durchlauf der Porositätsschleife und für fünf Durchläufe der Durchmesserschleife führte.

Um die in den Messungen beobachtete Zunahme des Volumenstroms gegen Ende der Durchlaufzeit zu erklären, wird angenommen, dass die Wärmeverluste mit absinkendem Wasserspiegel im Kannenunterteil immer geringer werden, da der Anteil der Heizfläche an den gesamten Berandungsflächen der Flüssigkeit immer größer wird und der gesamte Apparat immer heißer wird, so dass auch die Kondensationsverluste zurückgehen. Um dieses Verhalten in einer möglichst einfachen Weise abzubilden, wurde der Verlustwärmestrom vom Beginn der Rechnung bis zum Ende nach einer linearen Funktion um die Hälfte reduziert. Dazu ist es allerdings erforderlich, die voraussichtliche Endzeit zu schätzen. Die wurde ebenfalls unter Annahme eines linearen Gesetzes mit Hilfe des jeweils aktuellen Volumenstroms ermittelt, wie in Abb. 19 dargestellt ist. Das geschieht einfach durch Verlängerung der Tangente (Volumenstrom) an die Kurve des zunehmenden Dampfvolomens. Das ergibt eine Geradengleichung für die geschätzte weitere Füllung, aus der man die geschätzte Endzeit, die bei $V=V_{\text{gesV}}$ erreicht ist, ausrechnen kann.

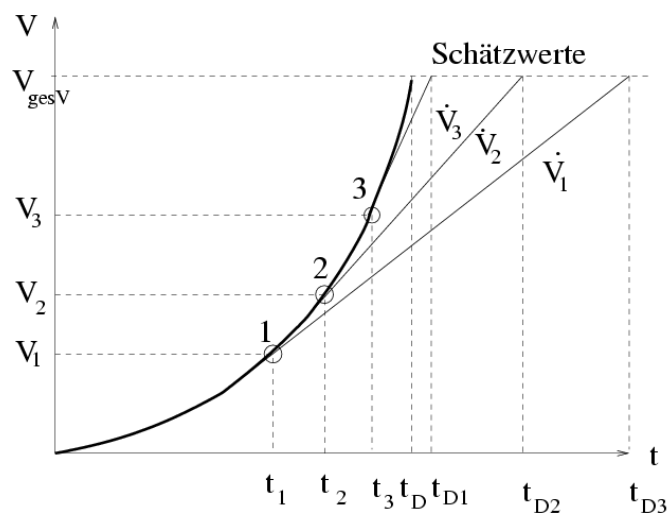


Abb.19: Verfahren zur Berechnung der voraussichtlichen Endzeit zur Abschätzung der Abnahme der Verlustwärme

3.5.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse der zeitabhängigen Berechnung sind in Abb. 20 und Abb. 21 für eine nominelle Heizleistung von 1200 Watt dargestellt. Der Verlustwärmestrom beträgt anfänglich 75 %, der Kondensationsverlust anfänglich 50 %. Beide Verluste reduzieren sich im Verlauf der Rechnung auf die jeweils halben Werte, um die Abnahme der Verluste auf einfache Weise darzustellen. Die bisher bereits angenommene sofortige lineare Verdichtung auf 10 % des Startwertes wird auch in den zeitabhängigen Rechnungen verwendet. Abb. 20 zeigt das zeitliche Anwachsen des Kaffeevolumens für eine angenommene Startporosität von 0.4 und für verschiedene Korndurchmesser von 0.2 bis 0.6 mm. Wie zu erwarten ist nimmt das Kaffeevolumen mit wachsendem Lückengrad immer schneller zu. Man erkennt auch deutlich die raschere Zunahme des Volumens mit der Zeit, die in den Messungen ebenfalls beobachtet wurde. In Abb. 20 sind zusätzlich 8 Messkurven für das Volumen eingetragen. Die Kurven #1 bis #4 wurden mit der in Kap. 4.2.2 beschriebenen elektrischen Methode der Widerstandsmessung gewonnen, während die Kurven #5 bis #8 aus direkter Beobachtung der Zunahme der Kaffeespiegelhöhe stammen. Bis auf die Kurve #2 liegen alle Messungen innerhalb des von der Simulation abgedeckten Bereichs. Die berechneten Kurven für 0.3 mm bzw. 0.4 mm passen am besten zu den Messungen, wobei zu beachten ist, dass die gewählte Porosität von 0.4 eher niedrig sein dürfte. Beim Lückengrad 0.5 ist die Übereinstimmung von Theorie und Messung weniger gut.

Abb. 21 zeigt die zugehörigen Volumenströme. Man erkennt zunächst bei kleinen Zeiten einen raschen Anstieg, der dann in eine langsamere, näherungsweise lineare Zunahme übergeht, was von den mit der Zeit abnehmenden Wärmeverlusten herrührt.

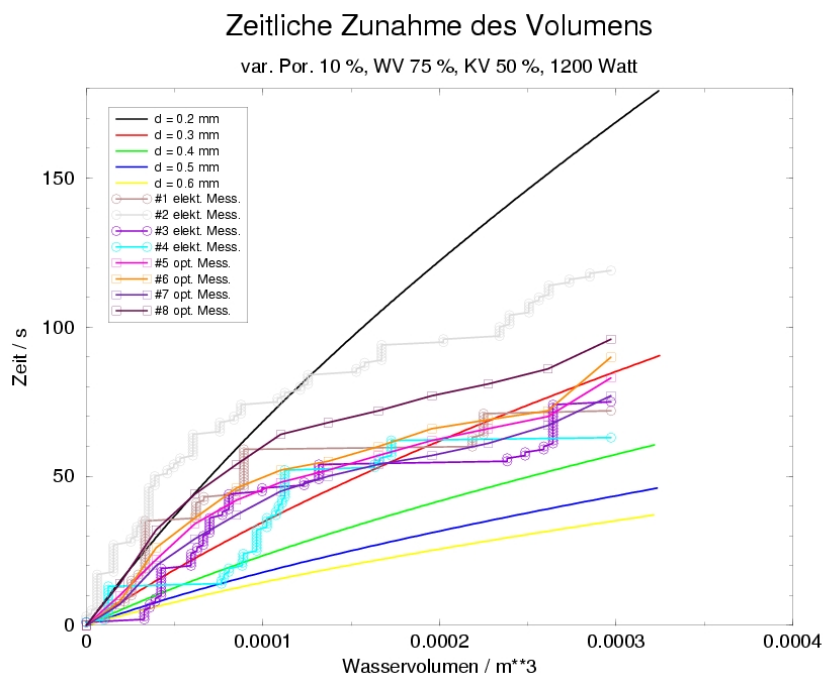


Abb.20: Volumensänderung, volle Heizleistung

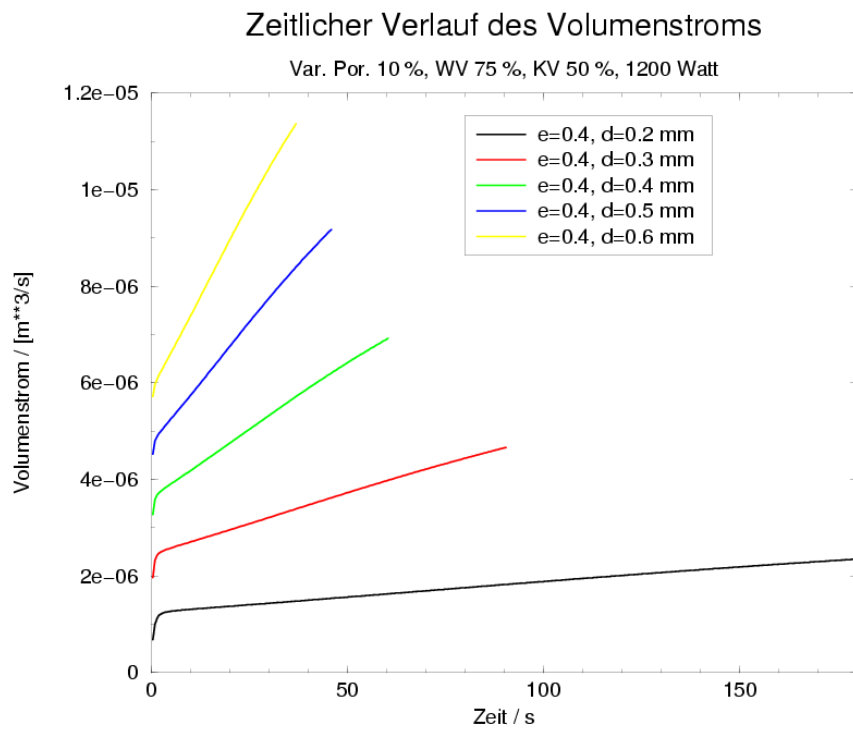


Abb.21: Volumenstrom, volle Heizleistung

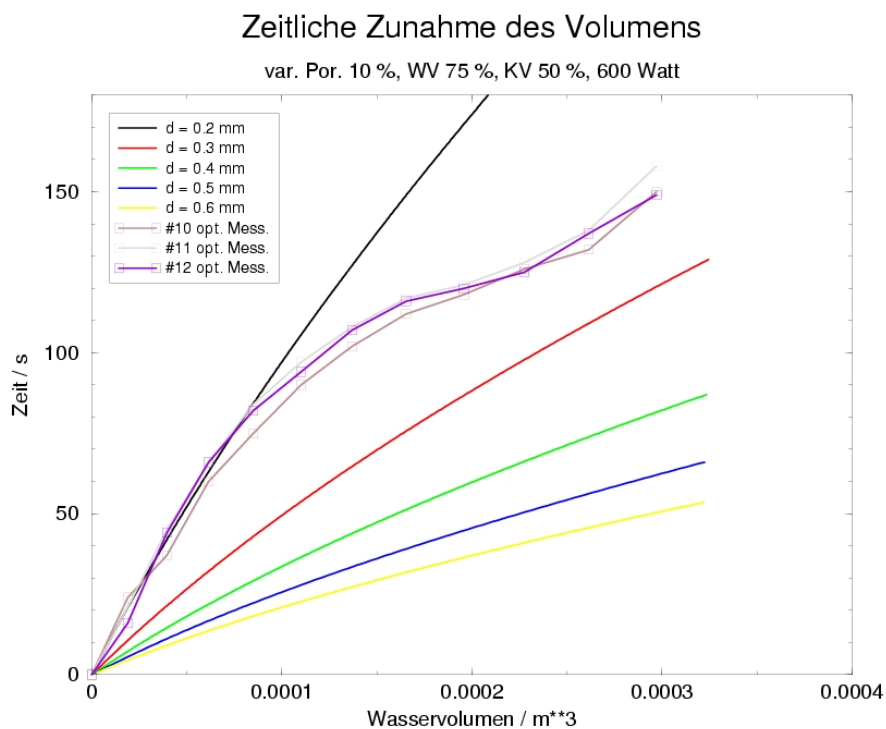


Abb.22: Volumensänderung, halbe Heizleistung

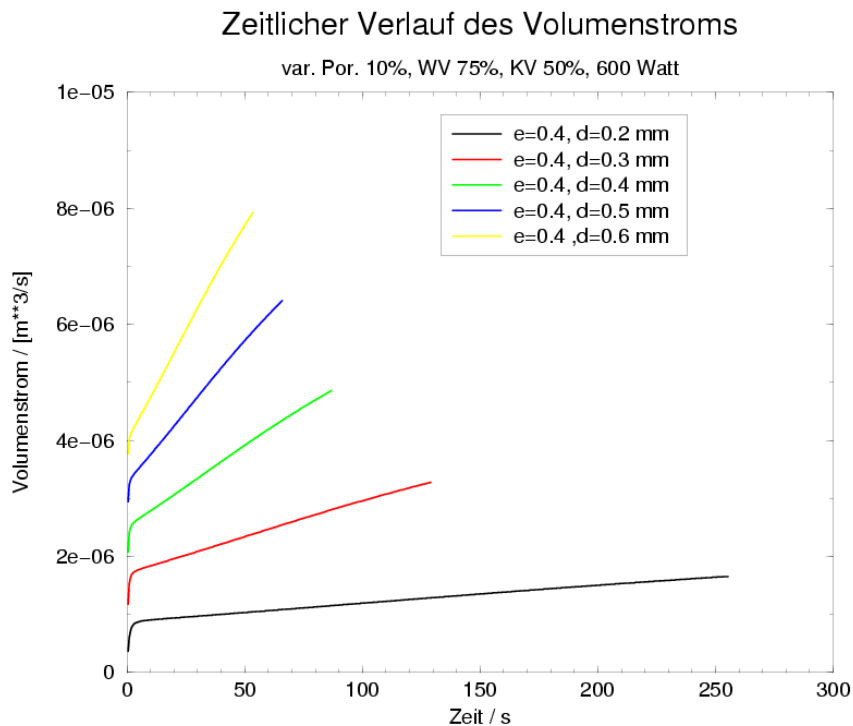


Abb. 23: Volumenstrom, halbe Heizleistung

Zum weiteren Test des Rechenmodells wurden auch Experimente mit halber Heizleistung von etwa 600 Watt durchgeführt. Abb. 22 zeigt hierfür die zeitliche Entwicklung des Kaffeevolumens für drei Messungen im Vergleich mit den berechneten Verläufen. Wie zu erwarten, sind die Durchlaufzeiten nun höher und die bei voller Leistung gefundenen Trends bleiben erhalten. Man erkennt wiederum sowohl im Experiment als auch in den Rechnungen die nichtlineare Zunahme Kaffeevolumens mit der Zeit. Allerdings scheint die Rechnung hier die Messungen stärker zu unterschätzen als bei voller Heizleistung. Vielleicht ist auch die Reduktion der Wärmeverluste bei den nun auftretenden längeren Zubereitungszeiten schwächer. Abb. 23 zeigt die zugehörigen Volumenströme, die im Prinzip die gleichen Verläufe aufweisen wie bei voller Heizleistung, jedoch in der Größe reduziert sind.

4. Experimente, Messungen und Beobachtungen

4.1 Experimente zum Ermitteln der Porosität

Da über die Porosität von Kaffeepulver keine Angaben zu finden waren, musste sie experimentell in einem einfachen Verdrängungsversuch ermittelt werden. Dies ist möglich indem man das Gesamtvolumen, also das trockene Kaffeepulver, in einem Glasmesszylinder mißt. Für die Messung wurde ein 250 ml Fortuna Glaskolben verwendet.

Gemessen wurde eine Filterfüllung der Kaffeekanne mit einem Gewicht von 28,2 Gramm. Allerdings variierte hier das Volumen stark, je nachdem ob man es einfach nur schüttete oder löffelte oder im Kolben klopfte.

Füllungsart	Volumen
geschüttet	90 ml
gelöffelt	80 ml
geklopft	60 ml

Tab.3: Variierende Volumen bei verschiedenen Befüllungsarten

Nun muss man das reine Kaffeevolumen ohne die Hohlräume, die mit Luft gefüllt sind, messen, indem man die Verdrängung in 100 ml Wasser misst. Um die Oberflächenspannung des Wassers zu senken wurde etwas Spülmittel in den Kolben gegeben. Zusammen mit dem Wasser betrug das Kaffeevolumen 124 ml, also hat der reine Kaffee ein Volumen von 24 ml. Es kann allerdings sein, dass diese Werte leicht verfälscht sind, da die Kaffeepartikel auch eine innere Porosität haben die vom Wasser ebenfalls ausgefüllt wird, für die Berechnung aber nicht von Bedeutung ist.

Nun kann man aus Gleichung (25) die Porosität ε errechnen, woraus sich der schon vorher genannte Wert von 0.6 ergibt.

4.2 Füllstandsmessungen

4.2.1 Optische Füllstandsmessungen

Um die berechneten Durchlaufzeiten zu überprüfen wurde während des Kaffeekochens bei geöffnetem Deckel ein Stahllineal in den oberen Kannenteil gehalten und alle 5 mm die dazugehörige Zeit notiert. In ein Diagramm über der Zeit aufgetragen erhält man so eine Füllstandskurve.

4.2.2 Elektrische Füllstandsmessungen

Das Prinzip dieser Messmethode ist eine Strommessung über aufeinanderfolgende parallelgeschaltete Widerstände (vgl. Skizze in Abb. 24). Dazu wurden zehn Drähte unterschiedlicher Länge an einer Lüsterklemmenreihe fixiert in das Kannenoberteil gestellt. Durch die einheitliche Teilung der Lüsterklemmenreihe haben alle Drähte den gleichen Abstand. Mit dem Steigen des Kaffees leiten die Drähte über den Kaffee einer nach dem anderen. Dies bewirkt eine sprunghafte Änderung der Stromstärke. Die Widerstände wurden so gewählt, dass sich eine einheitliche Sprunghöhe von 100 Ohm zwischen den jeweiligen Gesamtwiderständen ergibt. Der Gesamtwiderstand ergibt sich nach der Parallelschaltungsregel zu

$$\frac{1}{R_{ges,n}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_{ges,n-1}} + \frac{1}{R_n} \quad (50)$$

Daraus kann man für eine gewünschte Folge von Gesamtwiderständen, die im Abstand von 100 Ohm abnehmen sollen ($R_{ges,1}=1000\ \Omega$, $R_{ges,2}=900\ \Omega$, $R_{ges,3}=800\ \Omega$, ..., $R_{ges,10}=100\ \Omega$), die Einzelwiderstände R_i der Schaltung nach der untenstehenden Formel leicht ausrechnen

$$R_n = \frac{R_{ges,n} \cdot R_{ges,n-1}}{\Delta R} \quad \text{mit} \quad \Delta R = R_{ges,n-1} - R_{ges,n} = 100\ \Omega \quad (51)$$

Bei der Durchführung hat sich herausgestellt dass zusätzliche Kapazitäten und Widerstände im Elektrolyt (Kaffee) zu berücksichtigen sind. Weiter trat eine Drift des Stromsignals auf, die möglicherweise durch Ionenströme und Ladungsansammlungen an den Elektroden bewirkt werden. Trotzdem können die Messsignale verwendet werden, da es sich hier im Grunde um eine digitale und nicht um eine analoge Messmethode handelt. Weil man anhand der Sprünge bereits den Verlauf des Füllstands erkennen kann, wurden die Messsignale nach

Ende des Überströmens abgeschnitten und auf die Gesamtfüllhöhe normiert.
Somit spielt die Signaldrift keine Rolle mehr.

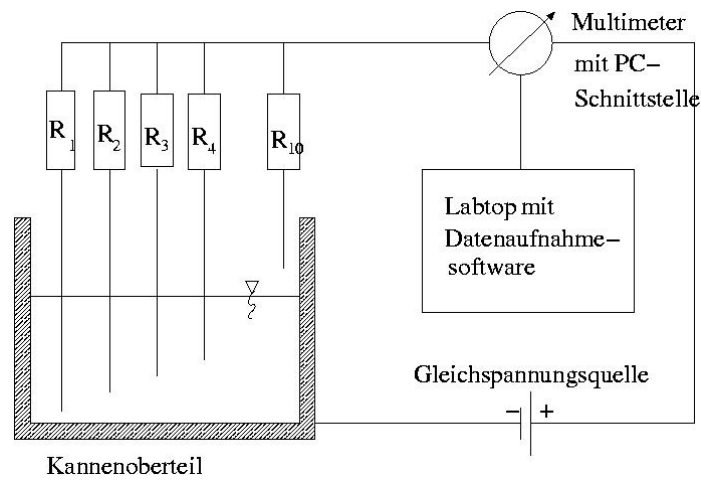


Abb. 24: Skizze der Messmethodik



Abb. 25: Küchenlabor mit Versuchsaufbau der elektrischen Füllstandsmessung

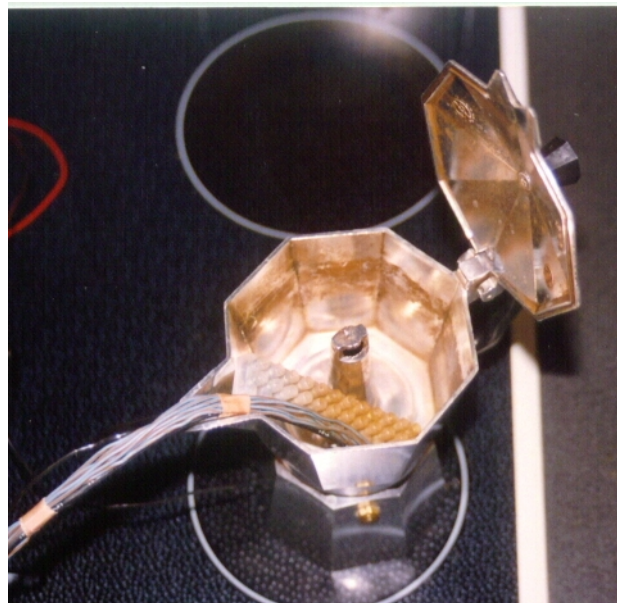


Abb. 26: Messfühler

Abb. 25 zeigt den Versuchsaufbau, Abb. 26 den Messfühler, der schräg ins Kannenoberteil hineinragt. Insgesamt wurden 4 elektrische und 7 optische Messungen durchgeführt. Die Versuchsbedingungen und Messmethoden sind in Tabelle 2 dargestellt, die gemessenen Kurven in Abb. 27.

Nr.	Methode	Heizleistung
#1 - #4	Elektrisch	1200 Watt
#5 - #8	Opt.	1200 Watt
#10 - #12	Opt.	600 Watt

Tab.4: Versuchsbedingungen

Gemessene Füllstandskurven

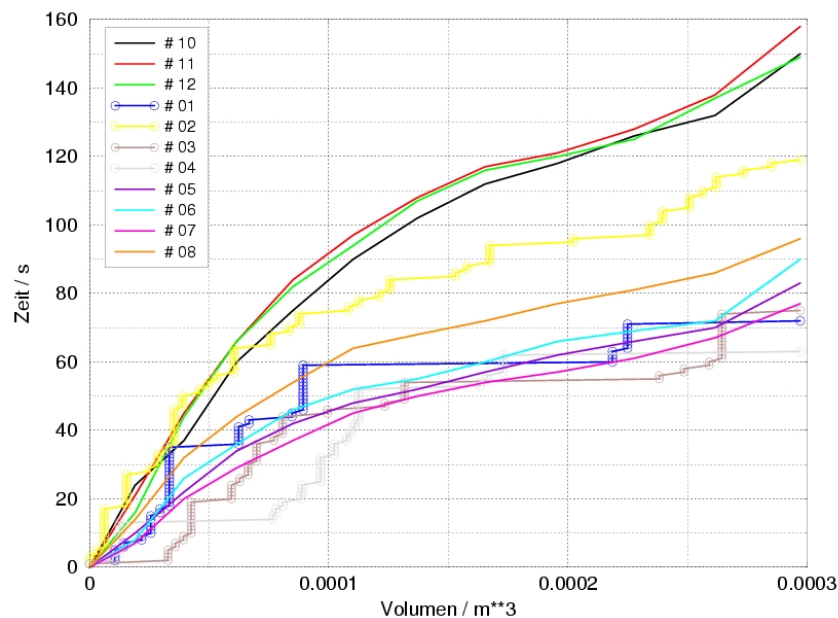


Abb.27: Füllstandskurven verschiedener Messmethoden

Zum Vergleich mit den Rechnungen, die direkt das Volumen angeben, wurden die Füllstandshöhen in der sich nach oben erweiternden Kanne auf das Volumen umgerechnet. Dabei wurde auch das im Innern der Kanne gelegene Überströmröhr berücksichtigt. Das Volumen des entsprechenden Rotationskörpers wurde durch Integration nach der untenstehenden Formel bestimmt (für Bezeichnungen vgl. Abb. 28).

$$V(h) = \frac{\pi}{4} \int_0^h [(d_{a0} + az)^2 - (d_{i0} + bz)^2] dz = \frac{\pi}{4} [(d_{a0}^2 h + ah^2 + a^2 h^3 / 3) - (d_{i0}^2 h + bd_{i0} h^2 + b^2 h^3 / 3)]$$

$$\text{mit } a = \frac{d_{a1} - d_{a0}}{H} \quad \text{und} \quad b = \frac{d_{i1} - d_{i0}}{H}$$

(52)

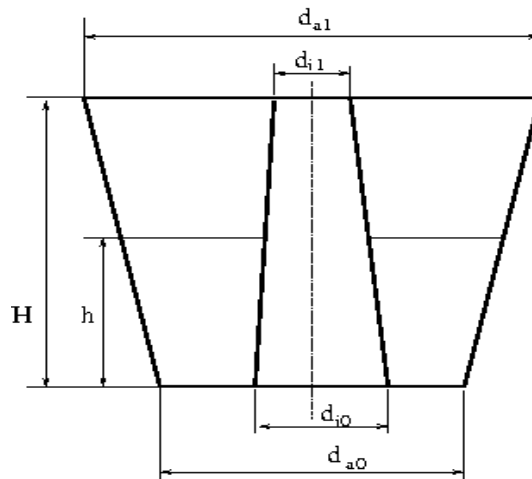


Abb.28 : Oberteil der Kanne mit Bezeichnungen zur Umrechnung von Füllstandshöhe auf Volumen

4.3 Beobachtungen

Beim Untersuchen des Filterkuchens nach dem Kaffeebrühen konnte man deutlich eine Verdichtung nach oben hin sehen. Da es sich bei Kaffeepulver um eine Mehrkornschüttung handelt, in der sich auch sehr kleine Kaffeepartikel befinden, werden diese vom durchströmenden Wasser mitgeschwemmt. Die beobachtete Verdichtung wurde auch bei der Berechnung der Zubereitungszeit durch Auswählen eines Verdichtungsprozentsatzes berücksichtigt.

Teilweise war der Filterkuchen so komprimiert, dass er den Sieboden gar nicht mehr berührte, auch feine Kanäle die sich nach oben verlieren waren sichtbar (vgl. Abb. 29).

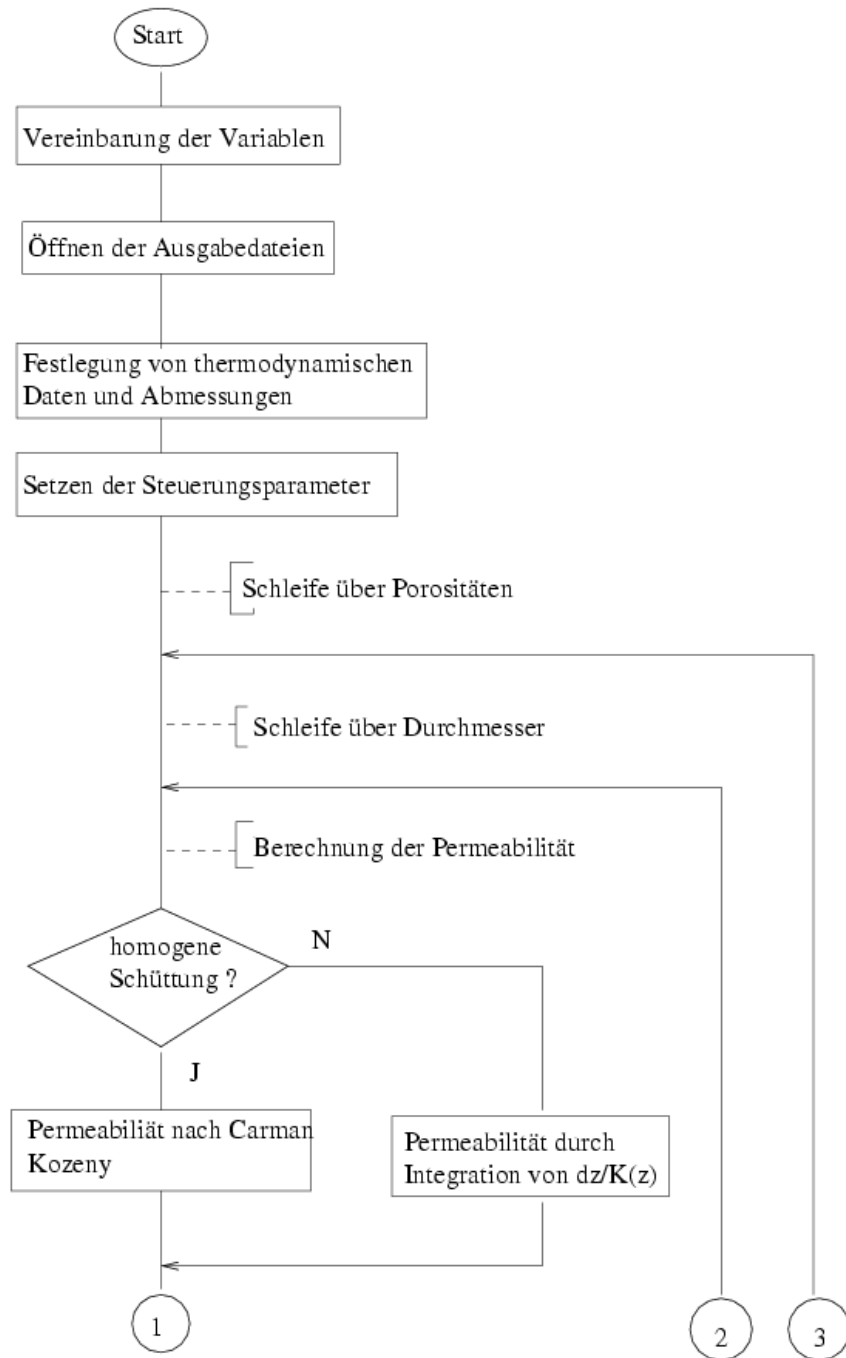


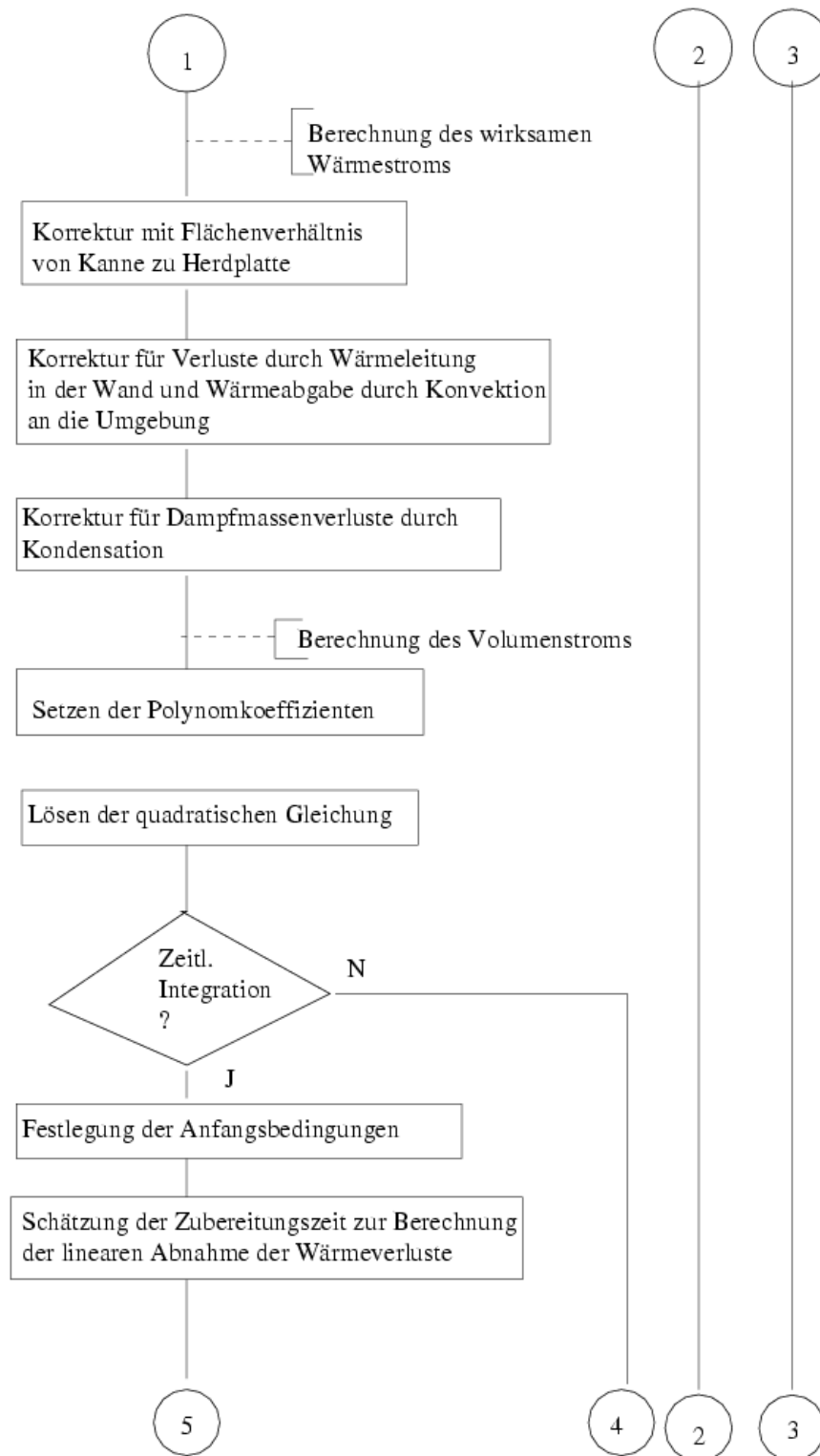
Abb.29: a) Kanalbildung, b) Hohlräume durch Dampf Bildung im Filter

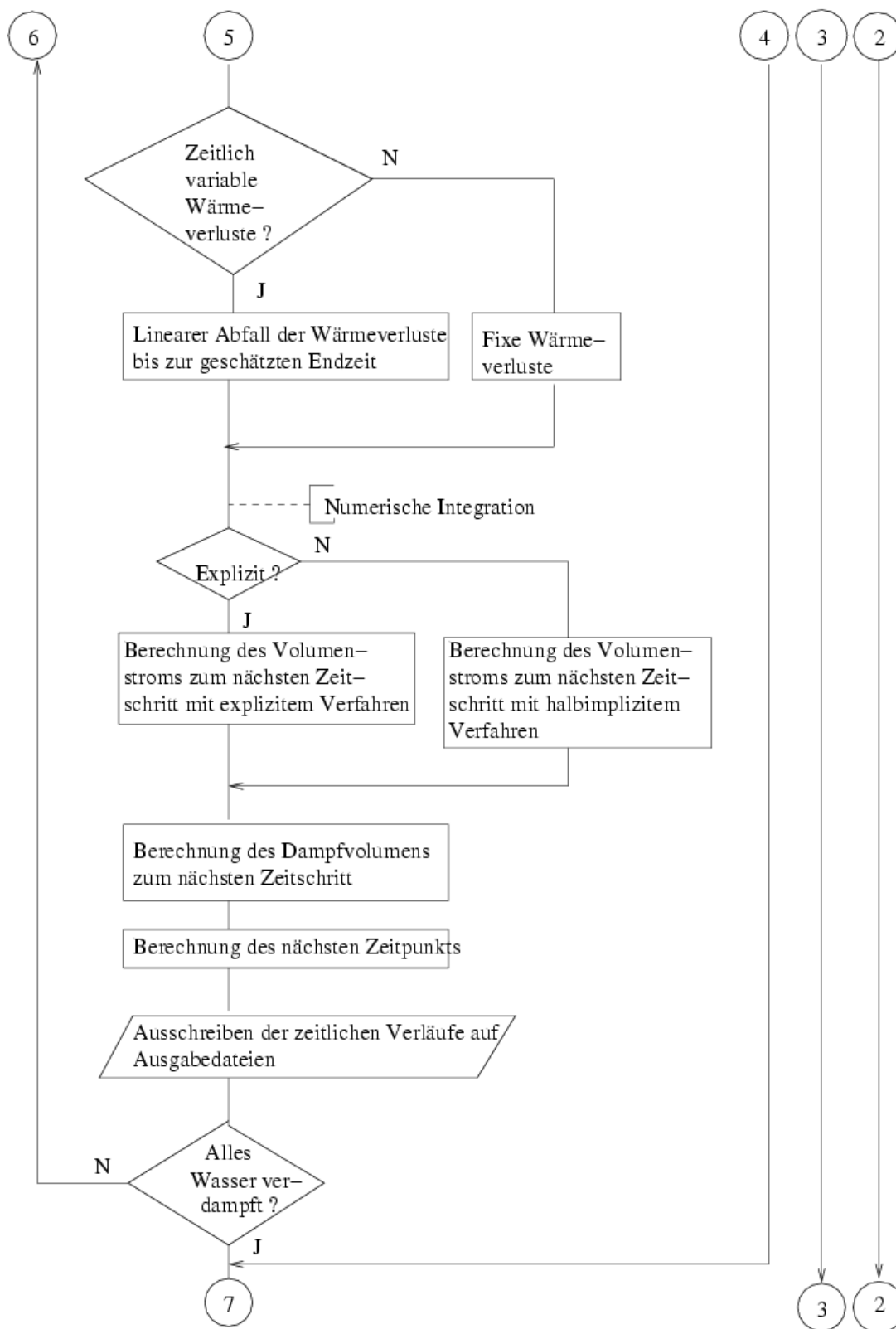
5. Programmablaufplan des Computerprogramms

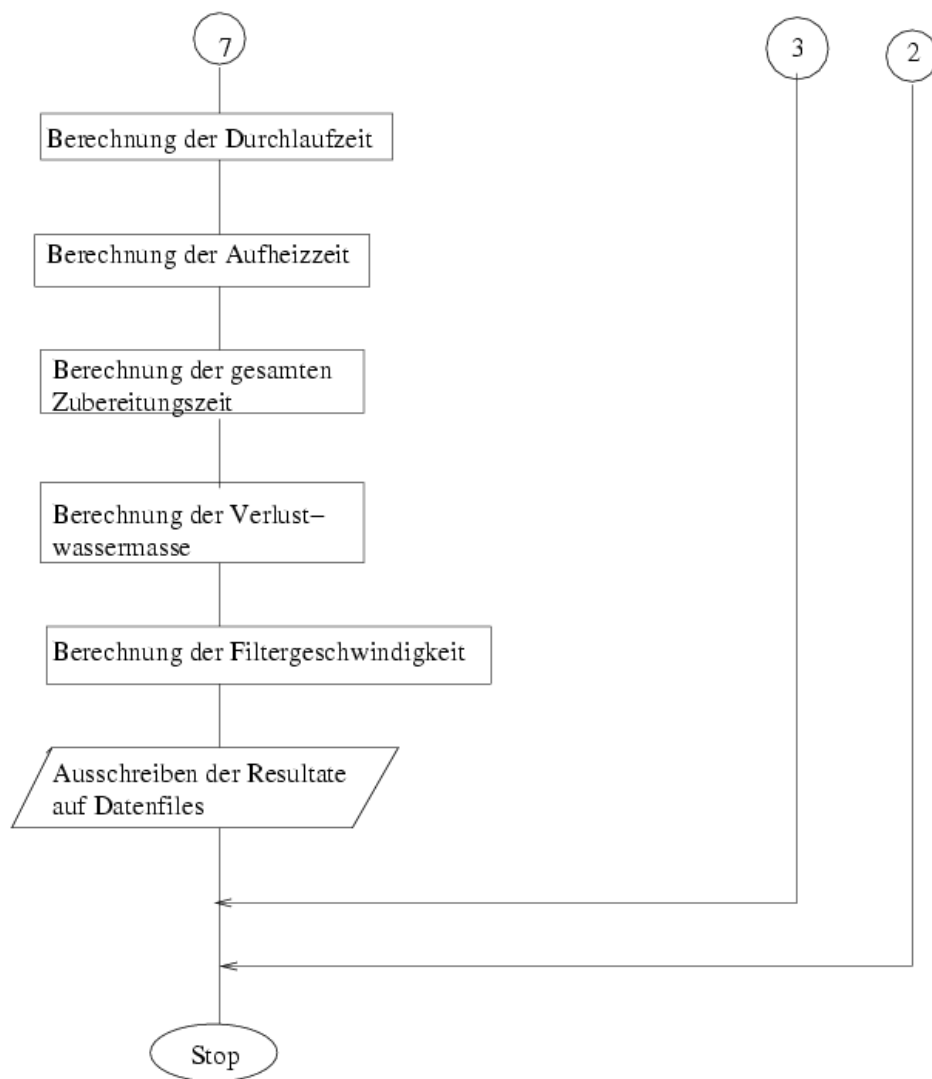
Im Computerprogramm wurde das Rechenmodell in zwei ineinandergeschachtelten Schleifen über die Porositäten und über die Korndurchmesser ausgewertet. Innerhalb der Schleifen befinden sich verschiedene Verzweigungen für Fallunterscheidungen für homogene oder inhomogene Schüttung sowie die Rechnung mit Mittelwerten oder zeitliche Integration. Das Programm ist in Fortran unter Linux geschrieben, und druckt die Ergebnisse in Dateien aus. Ein Listing des ganzen Programms findet sich im Anhang. Die Ausgabedateien wurden mit dem Freeware-Plotprogramm Xmgr, das in der verwendeten Linux-Distribution Suse 7.0 enthalten ist, in Diagrammform dargestellt.

Ein Programmablaufplan ist nachstehend angegeben.









6. Numerische Simulation mit dem Strömungsmechanikprogramm FIRE

Die in den vorigen Kapiteln beschriebene Berechnungsmethode beruht auf sehr vielen Vereinfachungen. Sie arbeitet beim ersten Verfahren mit zeitlichen und räumlichen Mittelwerten für den Volumenstrom. Auch beim zweiten Verfahren werden die Strömungsvorgänge nur zeitlich und nicht räumlich aufgelöst. Eine detaillierte dreidimensionale Simulation ist aber im Prinzip mit einem 3D-Strömungsmechanik-Programm möglich.

Ein derartiges Programm ist die Strömungsmechanik-Software FIRE 8, die bei der AVL List GmbH in Graz zur Berechnung der Strömungsvorgänge in Verbrennungsmotoren entwickelt wurde. Dieses Programm löst die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie der Strömung auf einem beliebigen dreidimensionalen Rechengitter. Bei turbulenter Strömung kommen weitere Gleichungen für die Turbulenzmodellierung hinzu. Damit ergeben sich nicht-lineare Differentialgleichungssysteme, die von den drei Ortskoordinaten und von der Zeit abhängen. In der Regel findet man hierfür keine analytischen Lösungen mehr. Zur numerischen Lösung dieser Gleichung werden sie zuerst über das Zellvolumen integriert (Finite-Volumen-Verfahren). Dann werden die Massen, Impuls- und Enthalpiebilanzen für die Zellen nacheinander für jeden Zeitschritt gelöst. Da die Lösungen der einzelnen Gleichungen voneinander abhängen, geschieht das mit einem iterativen Verfahren, wobei solange iteriert wird, bis eine vorgegebene Fehlerschranke unterschritten wird. Dann erfolgt die Lösung für den nächsten Zeitschritt.³⁸

Mit Hilfe des Programms FIRE 8 wurde versucht, die Vorgänge bei der Kaffeezubereitung genauer zu simulieren.* Gerechnet wurde dabei mit einem Zweiphasenmodell, das die obigen Erhaltungsgleichungen parallel für Wasser und Dampf löst. Dazu werden Wasser und Dampf als zwei separate Flüssigkeiten behandelt, die einander in einer Rechenzelle durchdringen und miteinander Impuls, Masse- und Wärme austauschen können. Im hier vorliegenden Fall aufsteigender Blasen, sind das z.B. die Reibungskraft für den Impulsaustausch, die Verdampfung für den Massenaustausch sowie konvektiver Wärmeübergang zwischen Blasen und Umgebung. Gerechnet wurde auf einem zweidimensionalen Gittersektor mit Symmetrie-Randbedingungen an den Schnittflächen. An der Ausgießöffnung wurde der Umgebungsdruck als Randbedingung vorgegeben, an der Wand zur Herdplatte eine fixe Wandtemperatur von 700 K und an den übrigen Wänden eine fixe Wandtemperatur von 350 K. Wegen der unterschiedlichen Randbedingungen und der unterschiedlichen Geometrie sind die Ergebnisse nicht direkt mit den vorherigen Rechnungen zu vergleichen, sie zeigen aber trotzdem die gleichen physikalischen Grundvorgänge.

³⁸ AVL-Fire 8 Manual. CFD Solver v8.3. May 2004, S.3-1 ff.

* Das Aufsetzen der Rechnung und die Interpretation der Resultate erfolgte mit Unterstützung von Dr. D. M. Wang, DI E. von Berg und Dr. J. Han, AVL.

Der Druckverlust in der Schüttung nach Darcy lässt sich jedoch nicht mit Standard-Optionen von FIRE 8 anwählen. Er muss über eine User-Schnittstelle programmiert werden. Das war im Rahmen der Fachbereichsarbeit zeitlich nicht möglich, daher wurden allein die Überströmvorgänge simuliert.

Die Gittergröße, womit die unten gezeigten Rechenergebnisse erzeugt wurden, betrug 3975 Zellen, die Rechenzeit ca. 2 Stunden für 80 s Echtzeit auf einer HP Linux-Workstation mit 1.7 GHz Prozessor.

Abb. 30 – 37 zeigen Resultate der 2D-Simulation. Die ersten 5 Bilder zeigen unter anderem ganz rechts im Bild die Volumensfraktion des Wassers mit zunehmender Zeit. Die prinzipiellen Vorgänge der Dampfbildung und der Verdrängung des Wassers im unteren Tank bis zum Überströmen in den oberen Kannenteil sind deutlich sichtbar und bestätigen die Grundannahmen des Rechenmodells.

Die Aufheizzeit ist jedoch deutlich zu kurz. Hier ergeben sich ca. 60 s im Vergleich zum Experiment, wo man ca. 270 s gemessen hat. Das liegt vermutlich an der Vernachlässigung der Wärmeverluste, an der unterschiedlichen, kleineren Kannengeometrie und an der anderen Randbedingung am Kannenboden (Temperatur statt Wärmestrom). Das Überströmen geschieht in der 2D-Simulation in etwa 10 s, was größenordnungsmäßig zu einem Vergleichsexperiment ohne Kaffee passt, worin sich etwa 8 s für das Überströmen ergaben. Man kann aber davon ausgehen, dass die Modellparameter in der 2D-Simulation noch nicht optimal eingestellt sind, weil das Programm in der Regel nicht für derartige Anwendungen eingesetzt wird und daher noch keine Erfahrungen für angemessenen Wahl der Modellparameter vorhanden waren. Hier ging es lediglich darum, die qualitativen Merkmale der Strömung zu erhalten.

Im einzelnen zeigen die Abbildungen jeweils von links nach rechts das Gitter, den Gesamtdruck, die Wassertemperatur, das Strömungsfeld im Wasser in Vektordarstellung sowie die Volumensfraktion des Wassers.

Im Druckbild erkennt man deutlich die hydrostatische Druckverteilung zu Beginn der Rechnung. Danach steigt der Druck im Zusammenhang mit der Verdampfung und den Strömungswiderständen etwas an, so dass die hydrostatische Verteilung wegen des höheren Maximalwerts nicht mehr zu erkennen ist. Die Temperaturentwicklung zeigt die allmähliche Erwärmung von der Heizplatte her, die dann durch Konvektion umverteilt wird. In Abb. 30 ist lediglich am Boden die Siedetemperatur erreicht, aber noch nicht überall im Kannenunterteil. Daher kann man den konvektiven Transport der heißeren Schichten durch den großen mittigen Wirbel gut erkennen.

Weil das Programm nicht an experimentellen Daten geeicht wurde, mag das quantitativ fraglich sein. Trotzdem zeigt es beispielhaft einen wichtigen Wärmetransportmechanismus durch die freie Konvektion, die sich in einem Temperaturfeld einstellt. Die Ursache hierfür ist die Auftriebskraft, die heissere Flüssigkeitsbereiche oder Dampfblasen wegen ihrer geringeren Dichte in der kälteren Umgebung erfahren. Der Auftrieb führt zu einer aufwärtsgerichteten Mitführung des Wassers, während gleichzeitig durch die Verdrängung eine Abwärtsbewegung entsteht. In den folgenden Bildern 31-34 stabilisiert sich die Temperatur weitgehend auf die Siedetemperatur, bis auf eine schmale Zone am Boden des Wasserbehälters. Dort wird das Wasser überhitzt und schwerpunktmäßig Dampf gebildet, der auch höhere Temperaturen annehmen kann. Die Vektorfelder der Geschwindigkeit illustrieren den Überströmvorgang und zeigen eine komplexe Struktur von Wirbeln, die am Anfang von der Konvektion herrühren dürften und später mit den Oberflächenschwankungen in Zusammenhang zu stehen scheinen. Bereits in der Anfangsphase in Abb. 30 sieht man im Kannenoberteil einen großen Wirbel, der sich auch durch Einstrom in die Kanne speist. Andererseits muss gleichzeitig ein Ausströmen im unteren Teil der Kannenöffnung auftreten. Dieser Wirbel verschwindet mit Beginn des Überströmens, wo im Überströmröhr die Geschwindigkeit kontinuierlich zunimmt. Inwieweit bei den Wirbelmustern auch numerische Effekte eine Rolle spielen, ist offen. Um das zu klären, könnten Testrechnungen mit veränderter Gittergröße gemacht werden, um sicherzustellen, dass keine Abhängigkeit von der Zellgröße besteht.

Immerhin zeigen die jeweils ganz rechts dargestellten Bilder der Volumsfraktion des Wassers deutlich den Überströmvorgang durch Verdrängung des Wassers im Kannenunterteil durch den gebildeten Dampf, der sich im Bereich zwischen Wasserspiegel und Decke des Kannenunterteils sammelt. Der Übergangsbereich zwischen den Farben rot und blau zeigt die Phasengrenze an. Diese ist zum Teil durch die Wirbelbildung und teilweise auch durch numerische Diffusion stark verschmiert. Trotzdem wird der prinzipielle Vorgang der Verdrängung, der auch dem vereinfachten Modell zugrunde liegt, gut wiedergegeben. Das bestätigt die in dieser Arbeit gewählte Modellvorstellung für die Funktionsweise der Espressomaschine.

Abb. 35 zeigt deutlich einige Details der Wirbelbildung bei 15 s Echtzeit. In Abb. 35a) erkennt man auf der linken Seite die Strömungsgeschwindigkeiten in Vektordarstellung. Das Bild zeigt, dass sich in der Kannenmitte eine Strömung nach oben bildet. Im oberen Kannenteil erkennt man den bereits oben genannten Luftstrom, der an der Ausschenkschnaupe entsteht. Die rechte Seite zeigt die Volumsfraktion wobei der Kannenunterteil noch fast vollständig mit Wasser gefüllt ist und der obere Teil vollkommen leer ist. Lediglich im Bereich wo sich normalerweise der Kaffee befindet, verdampft eine dünne Schicht Wasser. Abb.

35 b) zeigt den Kreislauf durch Ansaugen und Hinauströmen im luftgefüllten Kannenoberteil im Detail. Abb. 35c) zeigt ebenfalls einen Ausschnitt aus Abb. 35a), in dem das Beginnen der Konvektion sichtbar ist.

Abb. 36 zeigt nach 40 s bereits einen schmalen Bereich, der mit Dampf gefüllt ist. Das verdrängte Wasser ist bereits in den Filter geströmt. Die

Geschwindigkeitsvektoren zeigen eine beginnende Strömung im Steigrohr.

Abb. 37 zeigt den Überströmvorgang bei Echtzeit 60s genauer. Man erkennt in der Darstellung der Volumsfraction, wie Wasser durch das Steigrohr bis ins obere Kannenteil gedrückt wird und an dessen Aussenseite hinunterläuft. Die Geschwindigkeiten zeigen dasselbe. Die Volumenfraktion ist schwer zu interpretieren, es werden in jeder Zelle die Volumenanteile von Wasser und Dampf angegeben. Rot=nur Wasser, Blau=nur Dampf. Grün oder Gelb= Zelle enthält eine Mischung. Dadurch ist die Darstellung der Wasseroberfläche auf dem verhältnismäßig groben Gitter sehr unscharf, da halbgefüllte Zellen gelb dargestellt werden. Andererseits können gelbe Zellen auch eine Mischung aus Wasser und Dampfblasen bedeuten. Ausserdem ist durch Dampfschlieren ebenfalls schwer zu sagen, wo die Trennung zwischen flüssig und gasförmig verläuft.

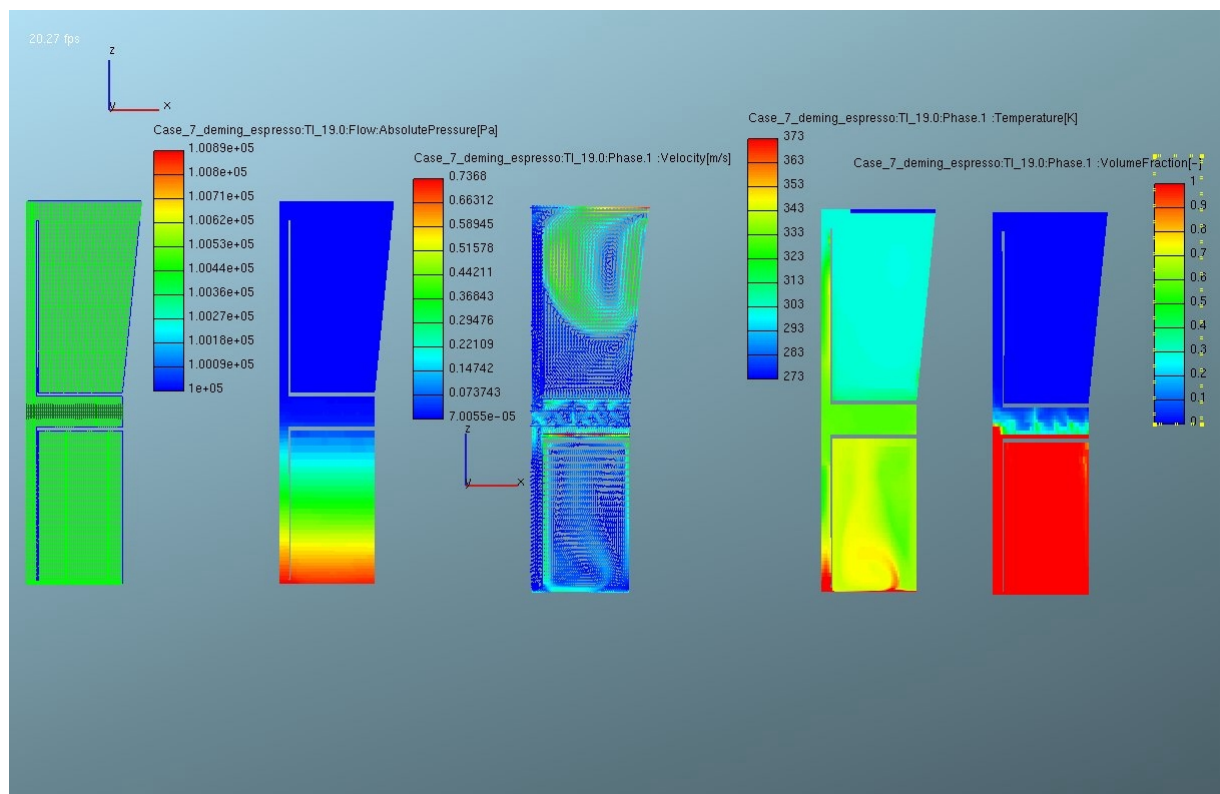


Abb.30: Fire Simulation bei 19 s

Zusammenfassend kann man aber sagen, dass die gezeigten Ergebnisse ein genaueres Bild der Vorgänge beim Überströmen liefern und Hinweise auf Vorgänge geben, die in der einfachen Modellierung nicht enthalten sind. Mit quantitativen Schlussfolgerungen muss man aber sicher vorsichtig sein.

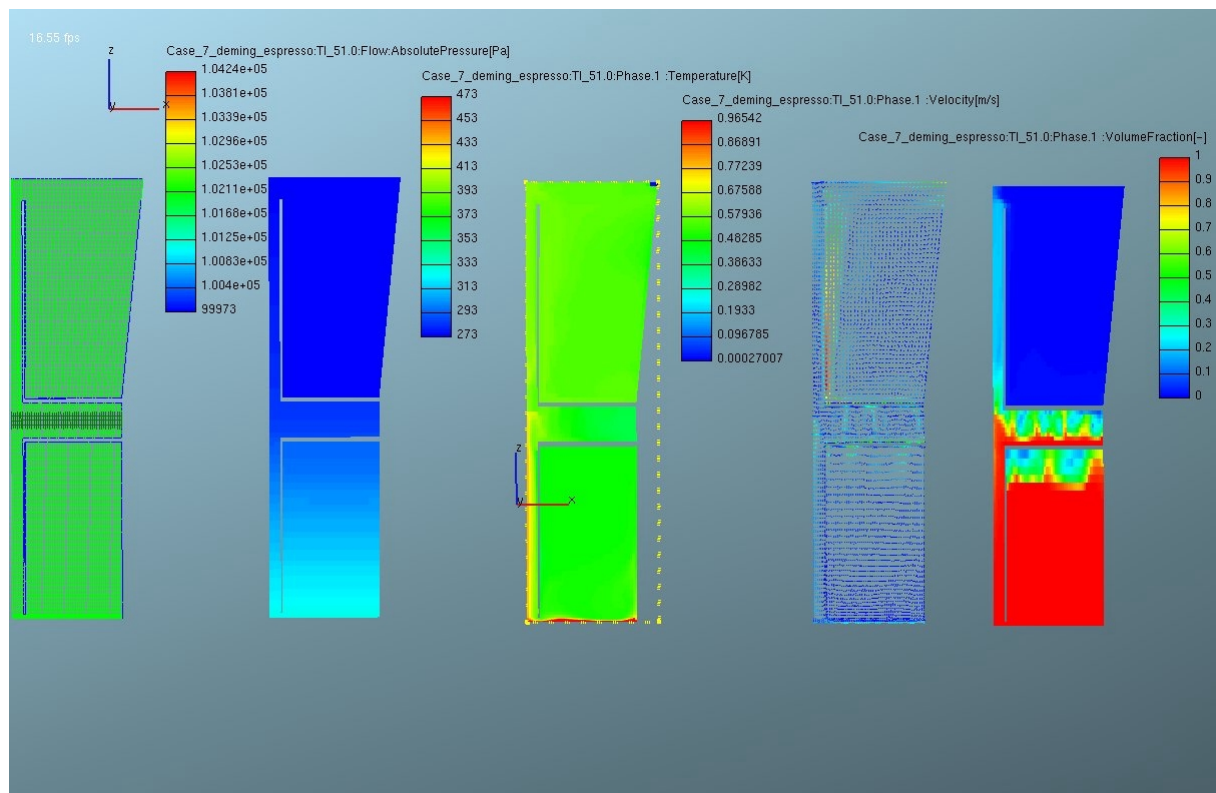


Abb.31: Fire Simulation bei 50 s

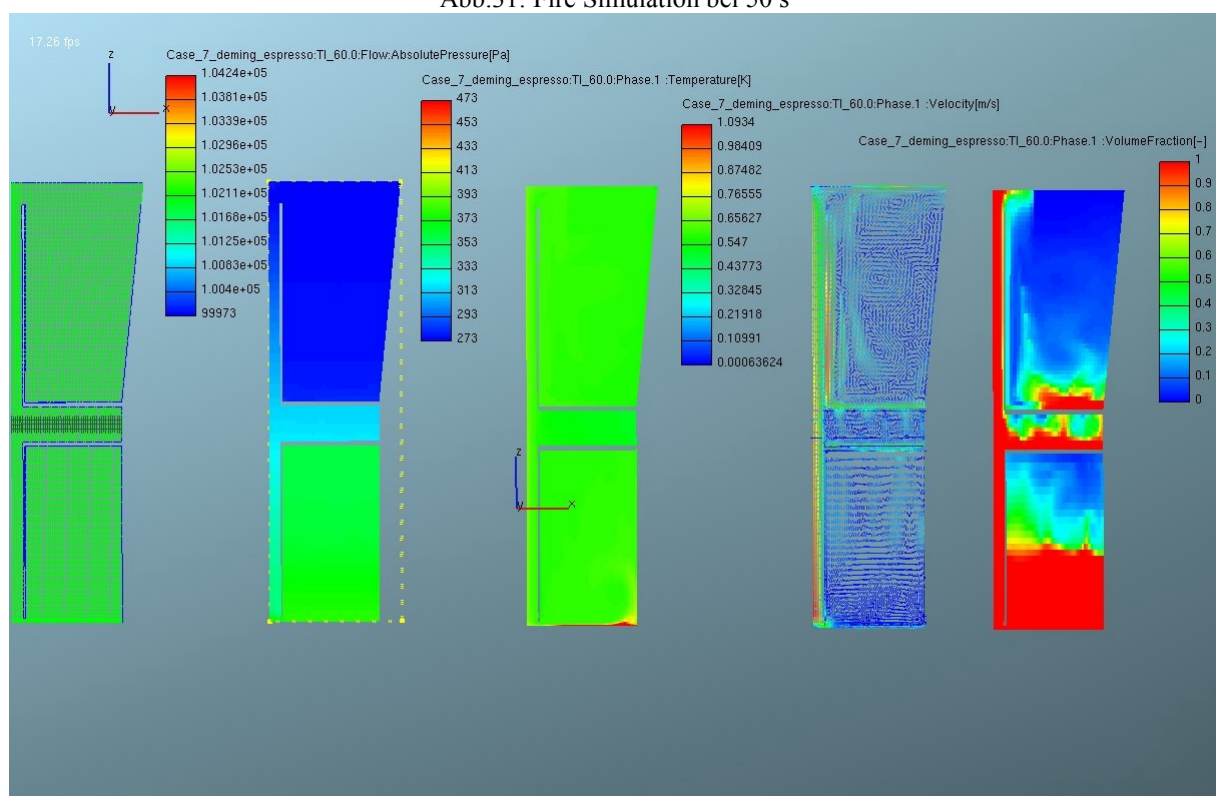


Abb.32: Fire Simulation bei 60 s

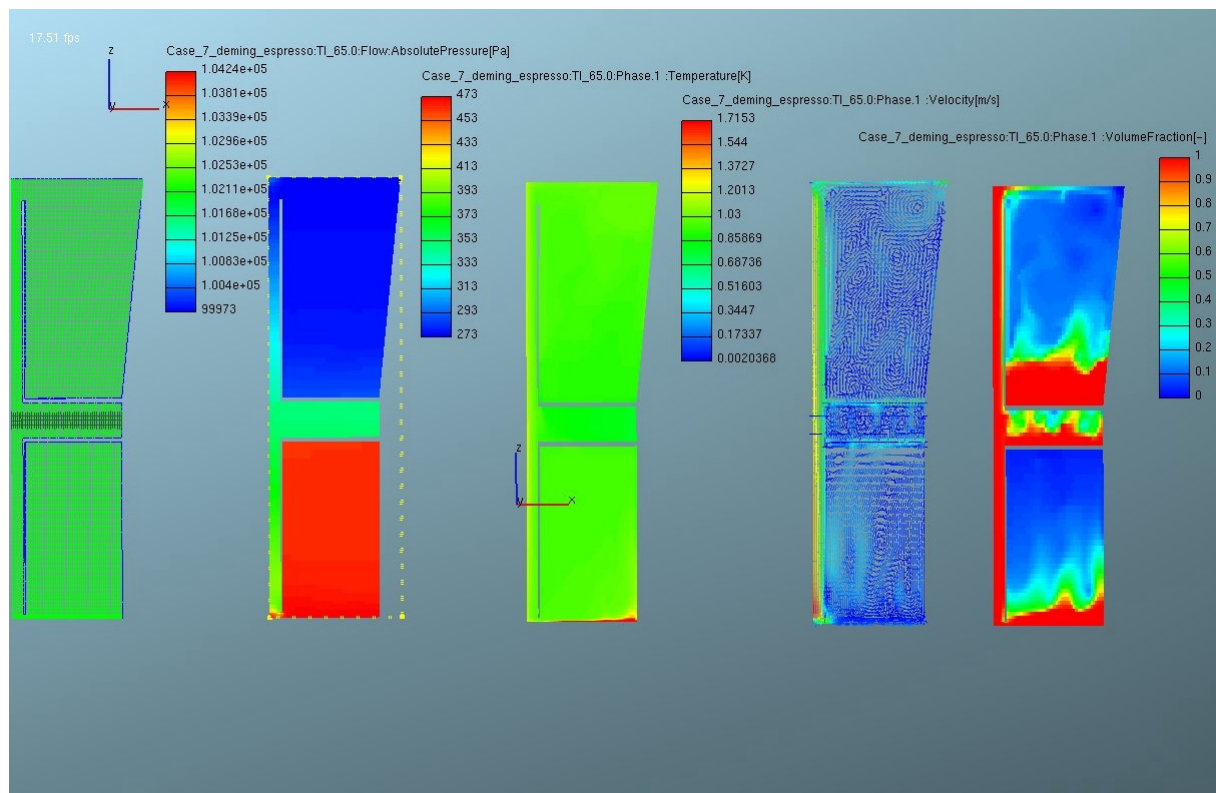


Abb.33: Fire Simulation bei 65 s

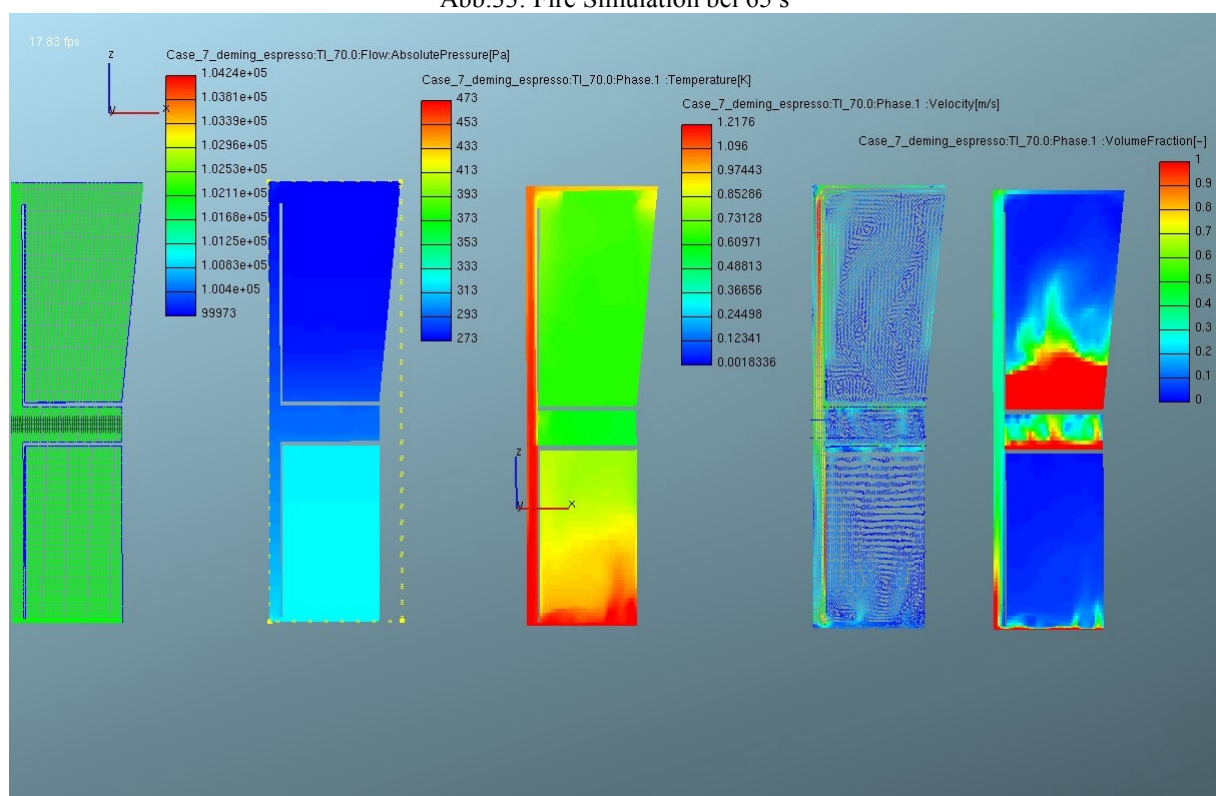


Abb.34: Fire Simulation bei 70 s

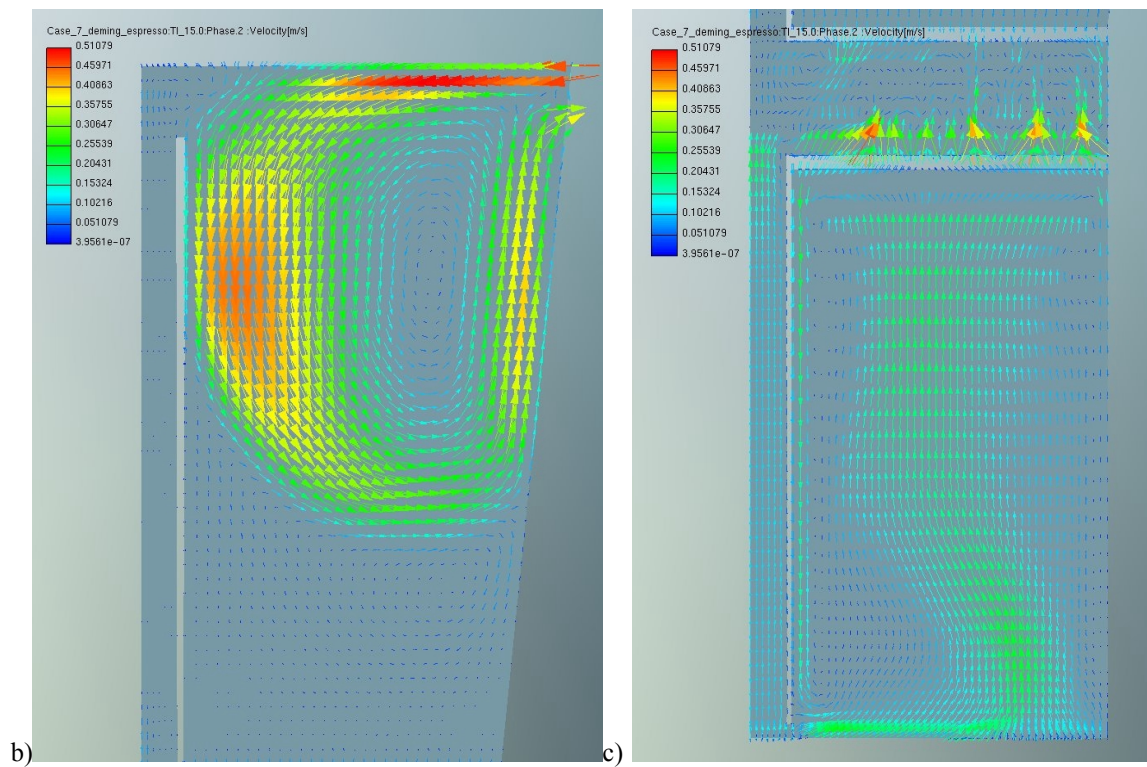
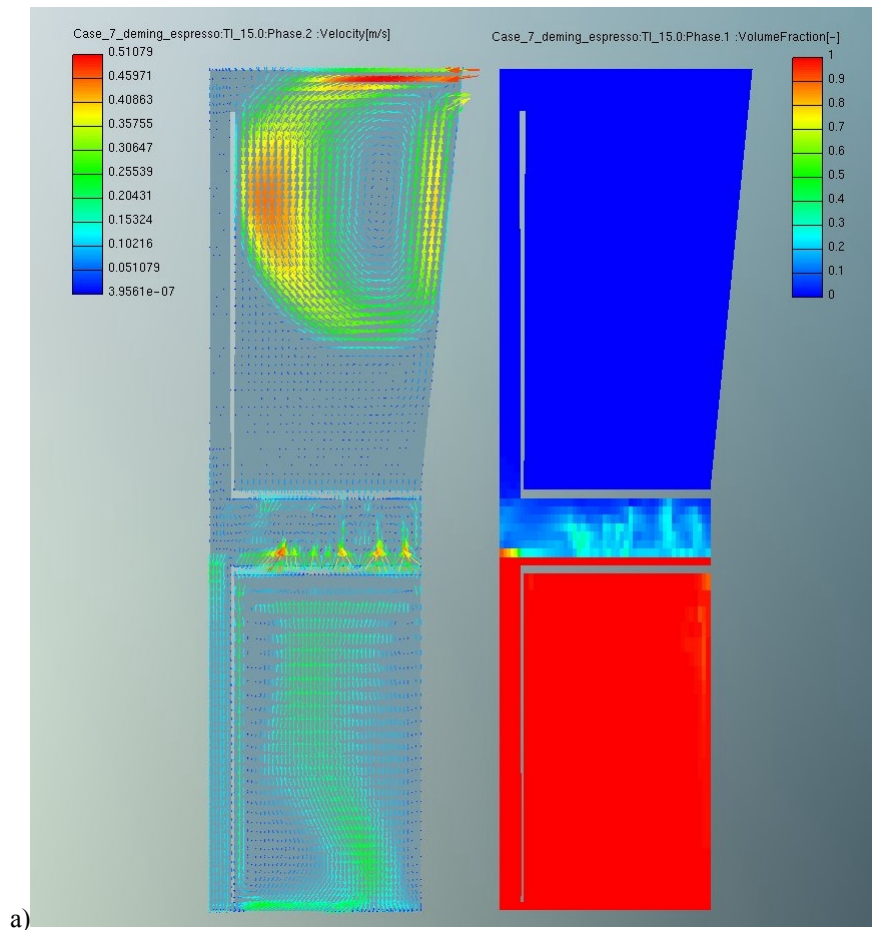


Abb. 35: Details der Strömungsfelder und der Wasservolumensfraktion bei 15 s. a) Gesamtbild, b) Strömung im Kannenoberteil, c) Strömung im Kannenunterteil und im Filterbereich

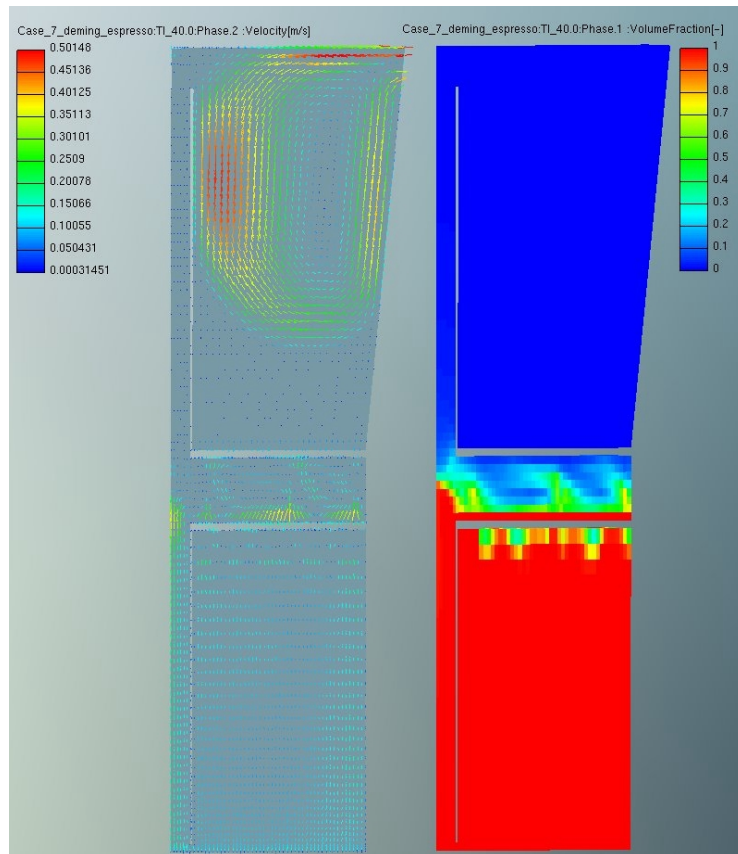


Abb. 36: Beginn des Überströmens bei 40 s

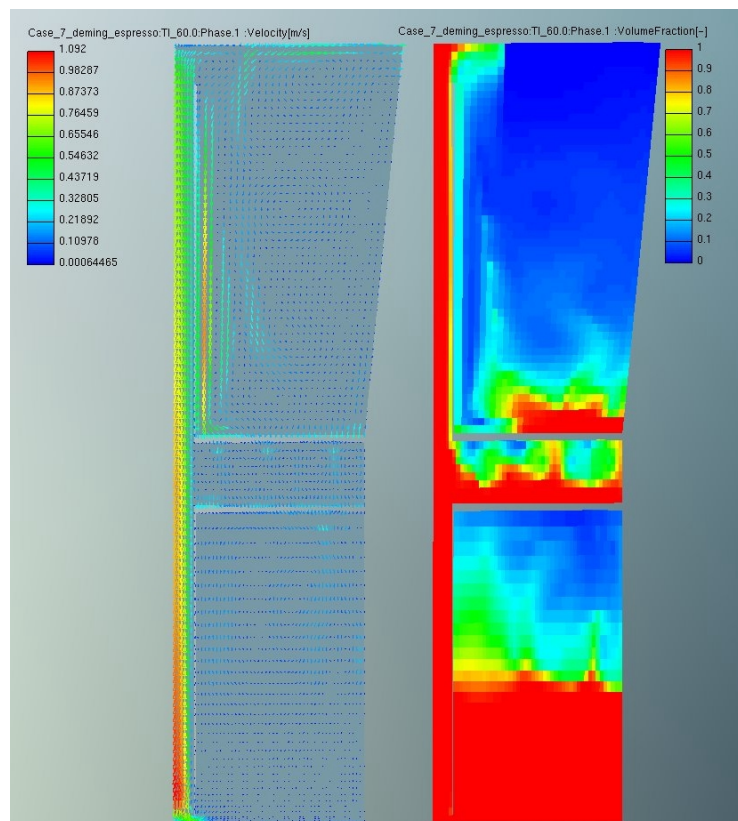


Abb. 37: Einstömen ins Kannenoberteil bei 60 s

7. Lebensmittelchemische und Lebensmitteltechnische Gesichtspunkte

Beim Rösten von Kaffee läuft ein Karamellisierungsprozess ab, der auch Maillardreaktion genannt wird. Dabei steigt die chemische Komplexität des Aromas von 250 flüchtigen Molekülen auf über 800 an. Bei diesem Vorgang verbindet sich Zucker mit Aminosäuren und Proteinen, es entsteht hauptsächlich Glykosamin und einige Melanoidine, die die bitter-süße Hauptgeschmacksnote des Kaffees bilden. Außerdem entsteht beim Rösten sehr viel Kohlendioxid; bis zu zwölf Liter pro Kilogramm gerösteten Kaffees.

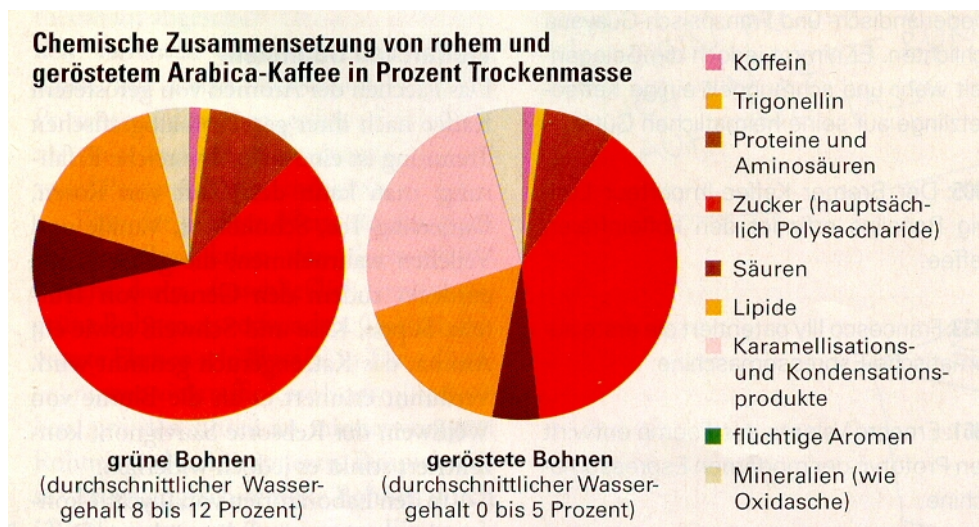


Abb.38: Steigerung der chemischen Zusammensetzung von Kaffee beim Röstvorgang³⁹

In die Tasse kommt der Kaffee, indem man das Pulver mit Wasser überbrüht. Beim Filterkaffee läuft das Wasser vier bis sechs Minuten durch eine lose Schüttung. Durch die lange Kontaktzeit mit dem Kaffeepulver werden fast alle Stoffe und große Mengen an Säuren und Koffein gelöst.

Eine moderne Espressomaschine presst dagegen 92-95 Grad heißes Wasser mit einem Druck von ungefähr neun Atmosphären durch den komprimierten Filterkuchen aus feiner gemahlenem Kaffeepulver. Da die Pulverteilchen mit einem feinen Ölfilm überzogen sind, haften sie aneinander. Bei der empfohlenen Durchlaufzeit von 30 Sekunden strömt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von einem Millimeter pro Sekunde durch den Kaffee. Aufgrund der kürzeren Kontaktzeit des Wassers mit dem Kaffeepulver enthält ein Espresso weitaus weniger Säuren als beim Filteraufguss und nur 60-70 Prozent des Koffeins. Beim Espresso entsteht auch die sogenannte Crema, ein rötlicher Schaum aus Kohlendioxid-, Wasserdampf- und Ölbläschen.⁴⁰

In der klassischen Bialetti-Espressokanne beträgt die Wassertemperatur teilweise über 100 Grad, da unter dem sich aufbauenden Druck der Siedepunkt steigt. Durch die für Espresso zu hohen Temperaturen verflüchtigt sich ein Teil

³⁹ Zu dieser Abb. vgl. Illy, a.a.O., S. 86

⁴⁰ Vgl. ebda S. 86/87

der Aromen und unerwünschte Stoffe werden gelöst.⁴¹ Ausserdem ist der Druck, mit dem das Wasser durch den Filter gepresst wird, zu niedrig, er beträgt höchstens 3-4 bar. Deshalb braucht das Wasser auch länger als in der Espressomaschine um durch den Filter zu strömen. Nach 50-70 Sekunden Durchlaufzeit in der großen Kanne erhält man einen espressoähnlichen, aber etwas stärker schmeckenden, dunkleren und koffeinhaltigeren Kaffee ohne Crema.⁴² Das Kaffeeextrakt enthält neben den löslichen Stoffen auch winzige Partikel aus der Bohnenzellstruktur und Öle, die als Fettaugen sichtbar sind. Bei der Verwendung von Espressokannen aus recyceltem Aluminium kann sich Aluminiumoxid bilden, das nachweislich gesundheitsschädlich ist. Auf der Homepage der Firma Bialetti wird versichert, dass für die Moka Express hochwertiges Aluminium verwendet wird, das keine negative Wirkung hat.⁴³ Viele Kaffeeexperten empfehlen auch die Verwendung von hochwertigem Mineralwasser für die Zubereitung, was aber wohl eher Geschmackssache ist. Man sollte vielleicht erwähnen, dass stark kalkhaltiges Wasser schneller Ablagerungen im Wassertank hervorruft. Vor allem kann aber das Überdruckventil verstopfen, was bei einer zu festen Kaffeeschüttung zu einem so starken Druckaufbau im Kannenunterteil führen kann, so dass dieses explodiert. Von solchen Explosionen haben mir schon mehrere Personen berichtet.

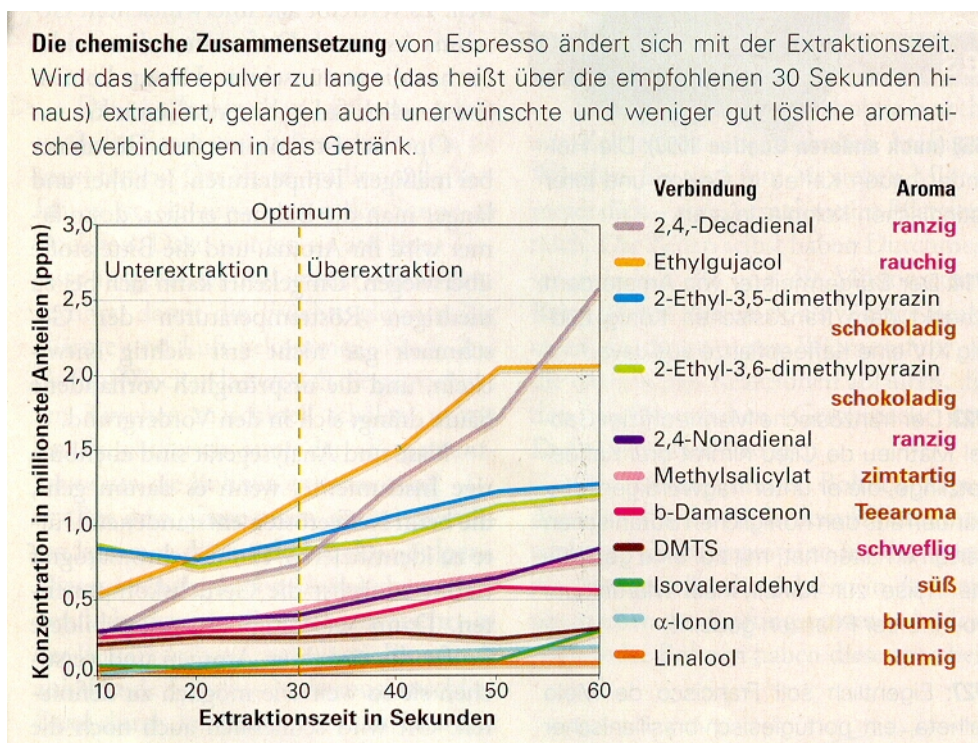


Abb.39: Änderung der Inhaltsstoffe mit steigender Extraktionsdauer.⁴⁴

⁴¹ Vgl. www.espresseria.de

⁴² Vgl. www.espressokunst.de

⁴³ Vgl. www.bialetti.it

⁴⁴ zu dieser Abb. vgl. Illy, a.a.O., S.86

Koffein, $C_8H_{10}N_4O_2$ ist die chemische Formel, ist der Hauptwirkstoff des Kaffees.⁴⁵ Es gehört zur Gruppe der Alkaloide. Chemisch unterscheiden sich das im Tee vorkommende Teein und Koffein kaum voneinander.

Es wurde im Jahre 1820 von Ferdinand Runge entdeckt und kommt natürlicherweise in über 100 Pflanzenarten in allen Kontinenten vor. Koffein dient als natürlicher Schutz vor Insekten, anderen Fressfeinden und Parasiten, deren Nervensystem dadurch gestört wird. Schwarzteeblätter enthalten sehr hohe Dosen von ca. 5 % Koffein, Arabica-Bohnen 1 bis 1,5 %, Robusta-Bohnen über 2 %. Da aber für die Teezubereitung weniger Blätter als für Kaffee Pulver verwendet wird, ist Kaffeeaufguss trotzdem das koffeinhaltigste Getränk. In Tab. 5 ist der Koffeingehalt für eine Auswahl an Getränken und Speisen angegeben.

Koffeinhaltige Speisen und Getränke		
Art der Zubereitung	Volumen oder Gewicht	Koffeingehalt (mg)
Kaffee		
Aufguss	215 ml	115-175
Instant	„	65-100
„nordisch“ aufgebrüht	„	80-135
entcoffiniert	„	2-4
Espresso	50 ml	100
Tee		
1 min gezogen	140 ml	20
3 min gezogen	„	35
Eistee	340 ml	70
Softdrinks		
Pepsi Cola	340 ml	38
Coca-Cola	„	46
Red Bull, Flying Horse	250 ml	80
Schokolade		
Tafel	100 g	20-60
Kakao		
Afrikanischer	140 g	6
Südamerikanischer	„	42

Tab.5: Koffeingehalt einiger Getränke und Speisen⁴⁶

Koffein ist die weltweit am meisten genossene Droge. Vom Herzinfarkt bis zur Schizophrenie auf der einen Seite, bis zum geistigen Stimulator und Dopingmittel für körperliche Höchstleistungen auf der anderen Seite, ist der

⁴⁵ zur neurobiologischen Wirkung von Koffein vgl. www.wdr.de

⁴⁶ zu dieser Tabelle vgl. Michael Kersting, Coffein. In: Kaffee, Käse, Karies... Biochemie im Alltag. Hrsg. von Jan Koolman, Hans Moeller, Klaus-Heinrich Röhm. Weinheim 1998, S.92

Kaffeegenuss allein seit 1950 in über 2500 wissenschaftlichen Arbeiten analysiert worden.

Koffein wird normalerweise sehr rasch aus dem Magen-Darm-Trakt ins Blut aufgenommen. Aufgrund seiner fettlöslichen Eigenschaften werden biologische Membranen wie die Blut-Hirn-Schranke schnell passiert. Über das Zentrale Nervensystem, wo Koffein zunächst wirkt, werden dann viele Funktionen des Körpers beeinflusst. Es regt die Herztätigkeit an, erhöht den Blutdruck und die Körpertemperatur, erweitert die Blutgefäße und Bronchien, stimuliert die Muskeltätigkeit, regt die Verdauung an und führt zu vermehrtem Wasserlassen. Im Gehirn greift Koffein in einen komplexen Kreislauf aus verschiedenen Botenstoffen direkt an den Rezeptoren der Nervenzellen ein. Aufgrund einer ähnlichen Struktur wie der Neurotransmitter Adenosin kann Koffein an die Adenosinrezeptoren andocken. Adenosin bremst bei Überanstrengung der Nervenzellen, also Stress oder Müdigkeit, die Kommunikation zwischen den Nervenzellen. Es sorgt dafür, dass die Nervenzellen sich „ausruhen“ und in einem gewissen Gleichgewicht entladen. Koffein blockiert nun diese Rezeptoren und lässt die Nervenzellen mit voller Aktivität weiterarbeiten. Bei längerem Kaffeekonsum bildet das Gehirn allerdings einfach mehr Rezeptoren aus, so dass die Wirkung des Koffeins ausgeglichen wird. So entsteht wie auch bei vielen anderen Stoffen eine Toleranz. Eine Abgewöhnung der „Kaffeesucht“ macht aber meistens keine Probleme. Einige Interessante Studien haben auch gezeigt, dass diese „Sucht“ auch stark vom Ritus des Kaffeetrinkens sowie von seinem geschätzten Geruch und Geschmack abhängt.

In der Leber wird das Koffein „umgebaut“ und gelangt dann über die Nieren in den Urin. Schwere Menschen, Frauen die die Pille nehmen und Schwangere verarbeiten Koffein meist etwas langsamer als leichtgewichtige Menschen und Raucher, Ältere reagieren empfindlicher als Junge.

Aufgrund vieler Studien besteht bei einem normalen Konsum von 4 Tassen Kaffee am Tag kein gesundheitliches Risiko. Das entspricht einer Menge von ca. 300 mg Koffein. Auch höhere Mengen werden von den meisten Menschen problemlos vertragen. Erst eine Menge von 10 Gramm reinem Koffein ist für den Menschen tödlich.

In der Medizin finden sich sogar zahlreiche Anwendungen in Medikamenten für dieses Nervengift. Koffein wird bei Herzschwächen, Neuralgien, Schmerz, Kopfschmerz und Migränepräparaten, bei asthmatischen Anfällen und Heufieber sowie bei zahlreichen Suchtvergiftungen angewandt.

8. Zusammenfassung

Zu Beginn der Fachbereichsarbeit „Die Physik der klassischen Espressomaschine“ wird ein kurzer Überblick über die Geschichte des Kaffees von seiner Entdeckung in Äquatorialafrika und der langsamen Verbreitung durch den Handel in der arabischen Welt, über seine Bedeutung als weltumspannende Kolonialware bis zum wichtigen Genussmittel, gegeben. Darauf folgt eine kurze Betrachtung des Wandels der gesellschaftlichen Bedeutung des Kaffees vom Luxusgetränk des Adels zum Arbeiter- und Volksgetränk. Da Kaffee das zweitwichtigste Handelsprodukt der Welt ist, wird auch seine wirtschaftliche Rolle, sowie die Situation einiger kaffeeanbauender Länder und deren Probleme näher beleuchtet. Das Kapitel Biologie, Sorten, Anbau beschäftigt sich kurz mit den beiden wichtigsten Vertretern der tropischen Pflanzengattung *Coffea*. Auf eine Beschreibung der Pflanze folgt ein Einblick in die zwei gebräuchlichsten Verfahren, um aus den gepflückten Kaffeekirschen die Bohnen zu gewinnen.

Das nächste Kapitel widmet sich der Geschichte der Moka Express Espressokanne von der Erfindung bis zur Massenfertigung und ihrem Erfinder Alfonso Bialetti. Der Aufbau der simplen Kanne aus Wassertank, Kaffeeseib und Kaffeereservoir und die Funktion der einzelnen Bestandteile werden neben weiteren Bauformen kurz beschrieben. Darauf folgt der eigentliche physikalische Teil, der die Vorgänge im Inneren der Kanne beschreibt. Diese bestehen im wesentlichen aus dem Aufheizen des Wassers bis die Siedetemperatur erreicht ist. Dann beginnt sich Dampf zu bilden, der durch sein wachsendes Volumen das Wasser verdrängt, das so nach Überwindung des Druckverlusts durch die Kaffeeschicht in den oberen Kannenteil strömt.

Durch physikalische Formeln ausgedrückt wurde ein einfaches Berechnungsverfahren für die Zubereitungszeit erstellt. Dabei spielt die Darcy-Gleichung eine wichtige Rolle, mit der man mit einigen Kennwerten der durchströmten Kaffeeschüttung, nämlich der Porosität und dem mittleren Korndurchmesser, sowie den Stoffwerten des durchströmenden Wassers den Volumenstrom berechnen kann. Zunächst wurde die Zubereitungszeit in stark vereinfachter Weise mit konstanten Werten ermittelt. Da mit verschiedenen Kaffeebeschaftenheiten gerechnet wurde, war es zweckmäßig, ein Computerprogramm zu erstellen, das die vielen Rechenschritte durchführt. Die Ergebnisse sind in Graphen dargestellt, die mit in Versuchen gemessenen Zubereitungszeiten verglichen wurden. Dabei hat sich gezeigt, dass sich aus den bisherigen Modellannahmen zu kurze Zubereitungszeiten ergeben. Daraufhin wurden diverse Verluste eingeführt. Einbezogene Wärmeverluste der Heizplattenleistung und Kondensationsverluste an kühleren Stelle der Maschine, die die Dampfmenge reduzieren, bringen erste Annäherungen an gemessene Zeiten. Auch für die anderen betrachteten Größen wie Druckverlust und Volumenstrom

ergeben sich bessere Werte. Da diese Verluste aber nicht ausreichen, um die gemessenen Zeiten zu erreichen, wurde eine Verdichtung durch Ausschwemmen feiner Kaffeekörner zum Filterausgang hin berücksichtigt, was auch bei Untersuchungen des Filterkuchens beobachtet wurde. Damit konnten Ergebnisse erzielt werden, die an den Bereich der in Experimenten ermittelten Zeiten heranreichen.

Die durchgeführten Experimente haben gezeigt, dass der Füllvorgang beim Kaffeekochen nicht linear erfolgt, sondern gegen Ende ansteigt und somit der Volumenstrom nicht konstant ist. Daher wurde das zunächst verwendete stationäre Lösungsverfahren auf eine zeitabhängige Methode erweitert. Für die zeitliche Berechnung erhält man zwei miteinander verknüpfte Differentialgleichungen, die numerisch gelöst wurden. Dies wurde ebenfalls mit dem oben bereits genannten Computerprogramm Kaffee.f gemacht. Die so erhaltenen Kurven sind durchaus mit den in den Füllstandsmessungen gemessenen Werten vergleichbar. Zum einen wird das typische Verhalten, nämlich das erst langsame und dann zunehmend schnellere Ansteigen des Füllstandes, wiedergegeben, die gemessenen Werte werden aber leicht unterschätzt. Da zum anderen auch die Volumenströme realistische Werte zeigen, kann man annehmen, dass das Rechenmodell die Vorgänge bei der Kaffe Zubereitung annähernd richtig wiedergibt. Zusätzlich wurden noch Versuche und Rechnungen mit halber Heizleistung von 600 Watt gemacht, für die sich ebenfalls realistische Ergebnisse ergeben, jedoch wurden hier die Messungen etwas mehr unterschätzt.

Da viele Größen, die für das Rechenmodell benötigt wurden, nicht bekannt waren, mussten sie durch Experimente und Messungen bestimmt werden. Um die Porosität zu ermitteln, wurde aus dem Schüttungsvolumen, das auch die Zwischenräume beinhaltet, und dem reinen Kaffe evolumen, das in einem Verdrängungsversuch mit Wasser im Glaskolben gemessen wurde, der Hohlraumanteil berechnet. Die Füllstandskurven wurden zum Teil einfach durch Notieren der momentanen Flüssigkeitshöhe an einem ins Kannenoberteil gehaltenen Lineal, oder mit einem elektrischen Verfahren, das auf Änderung der Stromstärke bei steigender Flüssigkeit beruht, erstellt. Die Füllstandshöhen mussten dann noch auf das Volumen des Kannenoberteils umgerechnet werden, um mit den Volumen aus der Berechnung verglichen werden zu können. Ausserdem wurden die Filterkuchen nach dem Brühen genauer untersucht. Dabei konnte die Bildung von Kanälen und Blasen im unteren Bereich, die Verdichtung zum Filterausgang hin sowie die gesamte Kompression des Filterkuchens beobachtet werden.

In einem weiteren Kapitel ist die Funktionsweise des unter Linux erstellten Fortranprogrammes Kaffee.f in einem graphischen Ablaufplan veranschaulicht. Der Programmcode ist im Anhang als Ganzes beigelegt.

Zu Beginn des Kapitels über die numerische Simulation wird kurz die Funktion der Strömungsmechaniksoftware FIRE beschrieben. Die vereinfachte Simulation erfolgte auf einem 2D Gittersektor mit ca. 4000 Zellen. Für jede dieser Zellen werden die Massen-, Impuls- und Energieerhaltungsgleichungen, die alle voneinander abhängen, für jeden Zeitschritt gelöst. Um den Rechenfall realistisch aufzusetzen, wäre noch weitere Programmierarbeit nötig gewesen. Dabei hätte man den Kaffee als weitere Phase einführen müssen, der über das Darcy-Gesetz eine Reibungskraft auf die beiden anderen Phasen ausübt. Im Prinzip wurde schließlich mit einem Zweiphasenmodell mit durch die Verdampfung geregelten Übergangsbedingungen zwischen Wasser und Dampf gerechnet. So wurde nur der Überströmvorgang ohne Kaffee betrachtet. Ein Leerlaufexperiment lieferte Zeiten in derselben Größenordnung für das Überströmen wie die Berechnung mit dem 3D- Strömungsmechanikprogramm. Die aus der Simulation gewonnenen Bilder zeigen im Detail thermische bedingte Konvektion und Druckaufbau sowie Temperatur und Strömungsgeschwindigkeiten. Die abgebildeten Wirbel und Strömungen illustrieren das Rechenmodell ein wenig und zeigen die Komplexität der Vorgänge im Inneren der Espressokanne.

Im letzten Teil der Arbeit werden die lebensmittelchemischen und lebensmitteltechnischen Vorgänge während des Röstens von Kaffee und während des Brühvorgangs erklärt. Das Rösten löst eine Reaktion in der rohen Kaffeebohne aus, die die chemische Komplexität enorm steigert und den eigentlichen Geschmack und Geruch von Kaffee entstehen lässt. Das Brühen ist ein klassischer Extraktionsvorgang bei dem vor allem die Extraktionsdauer und die Wassertemperatur starken Einfluss auf die Inhaltsstoffe und deren Konzentration im Getränk hat. Das zur Gruppe der Alkaloide gehörende Nervengift Koffein, das der Pflanze als Insektenschutzmittel dient, ist der Hauptwirkstoff des Genussmittels Kaffee, dessen Eigenschaften und Wirkung auf den Organismus zum Abschluß der Arbeit ebenfalls beschrieben werden.

9. Danksagung

Ich möchte mich herzlich bei allen Lehrern, die mich bei der Arbeit unterstützt haben bedanken, insbesondere bei Herrn Professor Hergan für viele Besprechungen und Anregungen und für seine Geduld mit dem manchmal etwas langsamen Fortschritt, sowie bei Herrn Professor Rogan für das Korrigieren und Formen der doch sehr umfangreichen Arbeit. Bei Herrn Professor Beck bedanke ich mich für das Bereitstellen und Ausleihen zahlreicher Messinstrumente und bei Herrn Professor Gruber für einige wichtige Quellen zu Kaffee, besonders im lebensmittelchemischen Bereich. Ausserdem danke ich allen Lehrern die mich während ihrer Stunden zu Besprechungen oder dergleichen gelassen haben.

Ich danke weiter Herrn Dr. R. Tatschl, AVL List GmbH, Graz für die Möglichkeit, im Anschluss an mein Feriapraktikum im Herbst 2004 bei der AVL die gezeigten Rechnungen mit dem Strömungsmechanik-Programm FIRE 8 durchzuführen. Dabei haben mich mein Vater Herr DI E. von Berg, AVL bei der Gittergenerierung, Herr Dr. D.M. Wang, AVL bei der Festlegung der numerischen Parameter sowie Herr Dr. J. Han, AVL bei der Interpretation der Ergebnisse sehr unterstützt.

Mein Vater hat mir zudem in vielen Diskussionen zum Rechenverfahren und den Dingen, die über den Schulstoff hinausgingen, tatkräftig geholfen. Das betrifft insbesondere einen Schnellkurs über die Grundzüge der Programmiersprache Fortran, eine erste Vorstellung von Differentialgleichungen und ein einfaches Lösungsverfahren hierfür. Er hat die Arbeit auch, was die physikalische Modellbildung betrifft, Korrektur gelesen und mich bei der Formulierung der Resultate unterstützt.

Besonders danken möchte ich auch noch Herrn Ralf Torenz und Frau Ariane Tönjes von der Fa. Neuhaus-Neotec in 27777 Ganderkesee, Deutschland, einer Anlagen- und Maschinenbau Firma, die Kaffeemühlen und Röstapparate herstellt. Sie haben freundlicherweise sehr nützliche Daten für typische Grössenverteilungen von espressokaffee zur Verfügung gestellt.

10. Literaturverzeichnis

1. Basiswissen. Physik-compact. Hrsg.v.Albert Jaros. 2001 Wien
2. Brauer, Heinz: Grundlagen der Mehrphasenströmungstechnik. 1971 Arau und Frankfurt
3. Brockhaus Enzyklopädie. In 24 Bänden. Bd 5, 1990 Mannheim.
4. Griebhammer, Rainer: Wen macht die Banane krumm?. Kolonialwarengeschichten. 1989 Hamburg
5. Illy, Ernesto: Von der Bohne zum Espresso. In: Spektrum der Wissenschaft (Mai 2003), S.82-87
6. Kersting, Michael: Coffein. In: Kaffee, Käse, Karies... Biochemie im Alltag. Hrsg. von Jan Koolman, Hans Moeller, Klaus-Heinrich Röhm. Weinheim 1998
7. Nakayama, Akira: PC-Aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow. Boca Raton 1995
8. Saeco, Verkaufspreisliste, Saeco Austria AG, Katalog für 2004
9. The Diffusion Kinetics of Carbon Dioxide in Fresh Roasted and Ground Coffee by Brent A. Anderson, Eyal Shimoni, Rémy Liardon, and Theodore P. Labuza. Published at http://faculty.che.umn.edu/fscn/Ted_Labuza/Coffee/Diffusion.pdf
- 10.VDI Wärmeatlas (Tabellenteil). CD-ROM 8.Ausgabe, 1997 Berlin und Heidelberg
11. AVL FIRE 8 Manual, CFD Solver v8.3, May 2004

Gespräche und persönliche Mitteilungen

1. Gespräche mit E. von Berg von September bis Februar zum Rechenmodell, Fortran und numerischen Lösungsverfahren
2. Persönliche Mitteilung von R. Torenz, Fa. Neuhaus-Neotec Maschinen- und Anlagenbau GmbH betreffend die Korngrößen einiger Kaffeesorten.

3. Persönliche Mitteilung von D. M. Wang, AVL betreffend die Modellparameter für die numerische Simulation mit der Strömungsmechaniksoftware FIRE

Internetseiten

1. www.bialetti.it
2. www.espresseria.de
3. www.espressofactory.de/kaffeewelt.html
4. www.espressokunst.de
5. www.hotfilter.de/kaffee/pflanzen.html
6. www.ineedcoffee.com
7. www.kaffeeverband.de Kaffeebibliothek
8. www.rakuten.co.jp
9. www.wdr.de (Hintergrundinformation zur Fernsehsendung Quarks & Co mit dem Thema „Faszination Kaffee“ im WDR vom 07.10.1997)
10. <http://de.wikipedia.org/wiki/Esspressokanne>

Anhang

Listing des Foprtranprogramms kaffee.f

```
C*****
      program kaffee
c
c.....vereinbarung von variablen
c
      real de,do,mk,dtd,dtz,vis,k,vfp,af,dhf,e0,dk,dmv
      real dta,qp,hv,vw,p0,dp,rw,cf,mpk
      real rv,ts,mw,cpw,t0,mku,cpa,mko,dh,ckc,qpv
      real d0,d1,d2,d3,c0,c1,c2,c3,dr,ar,z1,z2,z3,z4,z5
      real*8 dd0,dd1,dd2,dd3
      character*30 string
      character*128 string1
c
c.....öffnen der ausgabedateien
c
      open(21,file='vaude1.dat')
      open(22,file='vaude2.dat')
      open(23,file='vaude3.dat')
      open(24,file='vaude4.dat')
      open(25,file='vaude5.dat')
      open(31,file='vaufpunkt1.dat')
      open(32,file='vaufpunkt2.dat')
      open(33,file='vaufpunkt3.dat')
      open(34,file='vaufpunkt4.dat')
      open(35,file='vaufpunkt5.dat')
c
      open(49,file='anlaufzeit.dat')
      open(48,file='druckaufbauzeit.dat')
      open(47,file='an_auf_heiz.dat')
c
      open(50,file='geszeit1.dat')
      open(51,file='druckverlust1.dat')
      open(52,file='filtergesch1.dat')
      open(53,file='massenverlust1.dat')
      open(54,file='volumenstrom1.dat')
      open(55,file='aufheizzeit1.dat')
      open(56,file='perm1.dat')
c
      open(60,file='geszeit2.dat')
      open(61,file='druckverlust2.dat')
      open(62,file='filtergesch2.dat')
      open(63,file='massenverlust2.dat')
      open(64,file='volumenstrom2.dat')
      open(65,file='aufheizzeit2.dat')
      open(66,file='perm2.dat')
c
      open(70,file='geszeit3.dat')
      open(71,file='druckverlust3.dat')
      open(72,file='filtergesch3.dat')
      open(73,file='massenverlust3.dat')
      open(74,file='volumenstrom3.dat')
      open(75,file='aufheizzeit3.dat')
      open(76,file='perm3.dat')
```

```

c
open(80,file='geszeit4.dat')
open(81,file='druckverlust4.dat')
open(82,file='filtergesch4.dat')
open(83,file='massenverlust4.dat')
open(84,file='volumenstrom4.dat')
open(85,file='aufheizzeit4.dat')
open(86,file='perm4.dat')

c
open(90,file='geszeit5.dat')
open(91,file='druckverlust5.dat')
open(92,file='filtergesch5.dat')
open(93,file='massenverlust5.dat')
open(94,file='volumenstrom5.dat')
open(95,file='aufheizzeit5.dat')
open(96,file='perm5.dat')

c
C.....thermodynamische werte und materialeigenschaften
c
qp0=1200.    ! heizleistung herdplatte      [W]
qp=qp0*0.8   ! heizleistung nach verlusten/herd [W]
rw=1000.     ! wasserdichte                 [kg/m**3]
t0=293.      ! anfangs-/umgebungstemperatur [K]
ts=373.      ! siedetemperatur              [K]
cpw=4185.    ! spezifische wärmekapazität wasser [J/(kg K)]
cpa=900.     ! spezifische wärmekapazität alu  [J/(kg K)]
hv=2.27e+6   ! verdampfungswärme Wasser      [J/kg]
rv=462.      ! gaskonstante wasserdampf      [J/(kg K)]
vis=0.00028  ! dynamische viskosität wasser [kg/(m s**2)]
g=9.81       ! erdbeschleunigung            [m/s**2]
p0=1.e+5     ! umgebungsdruck                [Pa]

c
C.....abmessungen
c
pi=4.*atan(1.) ! kreiszahl                  [-]
dhf=0.03       ! filterhöhe                  [m]
dhk=0.2        ! kannenhöhe                  [m]
dk=0.1         ! kannendurchmesser           [m]
dh=0.15        ! herdplattendurchmesser     [m]
df=0.06        ! filterdurchmesser           [m]
af=pi*df**2/4. ! filterquerschnitt               [m**2]
af0=af         ! startwert filterquerschnitt [m**2]
aw=pi*dk**2/4. ! querschnitt kannenunterteil [m**2]
vw=0.325e-3    ! wasservolumen               [m**2]
mw=0.325       ! wassermasse                  [kg]
mku=0.28       ! masse kannenunterteil       [kg]
mko=0.3        ! masse kannenoberteil       [kg]

c
C.....schalter und parameter
ilocal=1       ! mit verteilter / konstanter porosität (1/0)
proz_e=10.     ! prozentuale verdichtung bezogen auf anfangswert
iver=1        ! mit / ohne waermeverlust (1/0)
proz_w=75.     ! prozentualer Waermeverlust bez. auf qpunkt
icond=1       ! mit / ohne kondensation (1/0)
proz_k=50.     ! prozentualer dampfmassenverlust durch kondensation
itim=0        ! mit / ohne zeitintegration (1/0)
iexp=0        ! explizites / implizites loesungsverfahren (1/0)
izwv=1        ! zeitabhaengige reduktion des waermeverlusts (1/0)

c
c.....rechenfallname (max. 30 zeichen)
c.....*****
c.....123456789012345678901234567890.....

```

```

c.....*****.....
    string=' VP 10%, WV75%, KV50%, 1200 W'
    open(41,file='string.dat')
    string1='subtitle "'//string/'"'
c...schreiben einer zeichenkette zur charakterisierung des rechenfalls
c...die vom plotprogramm xmgr weiterverarbeitet wird
    write(41,*) 'subtitle "'//string/'"'
    close (41)
c
c...startwerte, zuwaechse und endwerte fuer schleifen
    if(itim.eq.1) then
        iend=1
        jend=5
        d=0.
        dd=1.e-4
        e=0.3
        de=0.1
    else
        iend=5
        jend=50
        dd=1.e-5
        d=0.
        e=0.1
        de=0.1
    endif
c
c.....schleife über porosität
c
    do 10 i=1,iend
        e=e+de
c
c.....dateien fuer anlaufzeit und druckaufbauzeit
c    auf anfang zuruecksetzen
        rewind(49)
        rewind(48)
c...ruecksetzen des durchmessers vor neuem schleifendurchlauf
        d=0.
c
c.....schleife über durchmesser
    do 20 j=1,jend
        d=d+dd
c
C.....berechnen der permeabilität
        ckc=180.
c.....einheitliche und gleichmaesig verteilte werte von e und d
c.....carman-kozeny formel
        k=e**3*d**2/ckc/(1-e)**2
c.....abnehmende porositaet und abnehmende mittlere korngroesse ueber die
c.....filterlaenge --> integration des druckverlusts dp/dz entsprechend
C.....Darcy erfordert integration von dz/k(z) entlang filter
        e_z_ezm=2. ! min. verhaeltnis von e_gleichkorn zu e_mehrkorn
        dhfdk=e_z_ezm**0.75*dvint0(e,d,ckc,dhf,proz_e)
c....effektiver waermestrom von der herdplatte
        qpe=qp*(dk/dh)**2
c....waermeverluste
        if(iver.eq.1) then
            qpv=proz_w/100.*qpe ! proz_w % des effektiven waermestroms
        else
            qpv=0.
        endif
C.....kondensationsmassenstrom (reduziert die dampfmenge)
        if(icond.eq.1) then

```

```

        mpk=(qpe-qpv)/hv*proz_k/100. ! proz_k % des verd.-massenstroms
    else
        mpk=0.
    endif
c....effektiv wirksamer waermestrom fuer die dampfbildung
    qpw=qpe-(qp+mpk*hv)
c
c.....berechnung des volumenstroms im filter
c.....mit druckverlustberechnung aus darcy-gesetz
c.....--> polynom 2.grades fuer den volumenstrom vfp
c..... $a*vfp^2 + b*vfp + c = 0$ 
c.....berechnung der polynomkoeffizienten
        if(ilocal.eq.0) then
            a=vis*dhf/k/af
        else
            a=vis*dhfdk/af
        endif
        b=p0 ! +rw*g*dhk waere mit hydrostatischem druck
        c=-qpw/hv*rv*ts
c.....grenzfall ohne druckverlust im filter
    vfp1=-c/p0
c.....loesung der quadratischen gleichung
    vfp=(-b+sqrt(b**2-4*a*c))/(2*a)
c.....kontrollausdrucke
    print*, a,b,c,((qpe-qpv)/hv-mpk)*hv,vfp1,vfp
c.....variante mit zeitlicher Integration
    if(itim.eq.1) then
c....startwerte / anfangsbedingungen
        te=0. ! zeit
        vfpt=0. ! volumenstrom
        vd=1.e-6 ! dampfvolumen
        dete=1.e-3 ! zeitschrittweite
        iwrite=0 ! zaehler fuers rausschreiben ueber der zeit
c....sprungziel fuer die zeitschleife
        200 continue
c...schaetzung der endzeit bis zur leerung mit aktuellem volumenstrom
        tend=te+(vw-vd)/(vfpt+1.d-12)
        apunkt=0.
c....zeitabhaengige waermeverluste. fuer die art der abnahme wird ein
c....einfacher linearer verlauf bis zum geschaetzten tend angenommen
        if(izwv.eq.0) then
            qpevt=qpw
        else
            qpevt=qpe-(qp+mpk*hv)*(0.5+0.5*(1.-te/tend))
        endif
        c=-qpevt/hv*rv*ts
c
c...numerische integration:
c
c...volumenstrom beim naechsten zeitschritt
c
        vfpt=vfpt+dete/vd/a*(-a*vfpt**2-(b+apunkt*vd)*vfpt-c)
c
c...dampfvolumen beim naechsten zeitschritt
        vd=vd+vfpt*dete
c...naechster zeitpunkt
        te=te+dete
c...ausschreiben der zeitlichen verlaeufe
        iwrite=iwrite+1
        if(iwrite.eq.500) then
            iplo_vd=20+j
            iplo_vfp=30+j

```

```

        write(iplo_vd,*) vd,te
        write(iplo_vfp,*) te,vfpt
        write(45,*) te,qpevt
        print*, e,d,te,vd,vfpt
        iwrite=0
    endif
    if(vd.lt.vw) goto 200
endif
c.....ende der loesungsvariante mit zeitlicher Integration
c
c.....berechnung der durchlaufzeit
    dtd=vw/vfp
c.....berechnung der aufheizzeit
    mk=mku/2.
    dta=(mw*cpw+mk*cpa)*(ts-t0)/qpe
c.....berechnung des druckverlusts im filter
    if(ilocal.eq.0) then
        dp=vis*vfp*dhf/k/af
    else
        dp=vis*vfp*dhfdk/af
    endif
c.....berechnung der gesamtzeit
    dtz=dta+dtd
c.....berechnung der verlustwassermenge
    dmv=qpe/hv*dtd
c.....berechnung der darcy geschwindigkeit
    ud=vfp/af
c.....schreiben der ergebnisse
    iuni0=50+(i-1)*10
    iuni1=51+(i-1)*10
    iuni2=52+(i-1)*10
    iuni3=53+(i-1)*10
    iuni4=54+(i-1)*10
    iuni5=55+(i-1)*10
    iuni6=56+(i-1)*10
    write (iuni0,*) d,dtz
    write (iuni1,*) d,dp
    write (iuni2,*) d,ud
    write (iuni3,*) d,dmv/mw*100.
    write (iuni4,*) d,vfp
    write (iuni5,*) d,dta
    write (iuni6,*) d,k
    write (49,*) d,dtf
    write (48,*) d,dtp+dta
    write (47,*) d,dtp+dta+dtf
20    continue
c
10    continue
c
end
c
c
C*****
function dvint0(e,d,ckc,dhf,proz_e)
c
c.....funktion zur numerischen Integration von dz/k(z)
c.....bei linearem abfall der porosität und des hydraulischen
c.....durchmessers über die filterhöhe
c
    sum=0.
    open(87,file='kurve.dat')
    rewind (87)

```



```

e1=e*(1.+(100.-proz_e)/100.)
e2=e*proz_e/100.
d1=d*(1.+(100.-proz_e)/100.)
d2=d*proz_e/100.
c
z=0.
dz=dhf/100.
a=(e1-e2)/dhf
b=(d1-d2)/dhf
do 10 i=1,100
  z=z+dz
  evonz=min(0.9999999,e1-a*z)
  delta=ckc*(1.-evonz)**2/(evonz)**3/(d1-b*z)**2
  sum=sum+delta*dz
  write(87,*) z,delta,sum
10 continue
dvint0=sum
c
return
end

```